

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2020-21

PROFESOR: Enrique González Jiménez

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 3

1.- TÍTULO: **El problema del ganado de Arquímedes**

Resumen/contenido: Arquímedes le propuso el siguiente problema a su amigo Eratóstenes:

“El dios sol tenía un rebaño formado por un cierto número de toros blancos, negros, moteados y amarillos, así como vacas de los mismos colores. De tal forma que el número de toros blancos es la mitad y la tercera parte de los negros más los amarillos. El número de toros negros es igual a la cuarta más la quinta parte de los moteados más los amarillos. El número de toros moteados es igual a la sexta más la séptima parte de los blancos más los amarillos. El número de vacas blancas es igual a un tercio más un cuarto de la suma de los toros negros y las vacas negras. El número de vacas negras es igual a la cuarta parte más la quinta parte de la suma de los toros moteados más las vacas moteadas. El número de vacas moteadas es igual a la quinta más la sexta parte de la suma de los toros amarillos más las vacas amarillas. El número de vacas amarillas es igual a la sexta más la séptima parte de la suma de los toros blancos más las vacas blancas. La suma de los toros blancos y negros es un número cuadrado y la suma de los toros moteados y amarillos es un número triangular. ¿Cómo estaba compuesto el rebaño?”

El anterior problema se transforma en una ecuación de Pell. El objetivo es estudiar fracciones continuas, unidades de anillos de enteros de cuerpos cuadráticos y ecuaciones de Pell.

Este TFG se enmarca dentro de la Teoría de Números Algebraica.

Dificultad estimada: Media.

Referencia introductoria al problema:

[Lenstra, H. W., Jr. Solving the Pell equation. Notices Amer. Math. Soc. 49 \(2002\), no. 2, 182-192.](#)

2.-TÍTULO: **Aritmética de Curvas elípticas.** Genérico. Varios alumnos.

Resumen/contenido: El estudio de las curvas elípticas son en la actualidad centrales en muchas ramas de la Teoría de Números. Esta propuesta pretende estudiar las nociones básicas de estas curvas. Depende de los intereses del alumno se podrá centrar el objetivo.

Este TFG se enmarca dentro de la Teoría de Números y la Geometría Algebraica.

Dificultad estimada: Media/Alta (dependiendo del objetivo del alumno).

Bibliografía inicial:

[J.H. Silverman, J. Tate. Rational Points on Elliptic Curves. UTM Springer, 2015.](#)

3.-TÍTULO: **Puntos de orden finito de curvas elípticas sobre los racionales.**

Las curvas elípticas tienen ciertas propiedades que las hacen muy interesantes. La primera de ellas es que se puede definir de forma elemental una operación en el conjunto de puntos racionales que dota a este conjunto de estructura de grupo. El objetivo de este TFG es estudiar en profundidad aquellos puntos que tienen orden finito. Algunos de los objetivos son: construir el polinomio de n -división, demostrar el Teorema de Nagell-Lutz y alguna más.

Este TFG se enmarca dentro de la Teoría de Números y la Geometría Algebraica.

Dificultad estimada: Media.

Bibliografía inicial:

[J.H. Silverman, J. Tate. Rational Points on Elliptic Curves. UTM Springer, 2015.](#)