

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2020-21

PROFESOR/A: Daniel Macías Castillo

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 1 (entre 1 y 3)

Para este trabajo es recomendable haber cursado Teoría de Galois, y cursar simultáneamente (o haber cursado) Teoría de Números.

Se trata de un trabajo de tipo genérico, con contenido flexible.

1.- **TÍTULO:** Cuerpos p-ádicos

Resumen/contenido: Sea p un primo. De manera natural se define un “valor absoluto p-ádico” en \mathbf{Q} . En analogía a la construcción de los reales como completación de \mathbf{Q} , se construye un cuerpo \mathbf{Q}_p como completación p-ádica de \mathbf{Q} . Un “cuerpo p-ádico” es \mathbf{Q}_p o sus extensiones finitas, y son muy útiles en el estudio de diversas familias de ecuaciones diofánticas.

Una posible dirección sería demostrar el Principio local-global (“Principio de Hasse”) para ecuaciones cuadráticas, y resolver familias relacionadas.

Otra sería estudiar Curvas Elípticas, definidas por ecuaciones diofánticas cúbicas. El conjunto de puntos racionales de una curva elíptica tiene estructura de grupo abeliano, pero determinarlo es un problema complicado. Sin embargo, considerando los puntos sobre cuerpos p-ádicos \mathbf{Q}_p y finitos \mathbf{F}_p , se puede obtener informaciones interesantes sobre este grupo.

Otra dirección sería aprender los fundamentos del Análisis p-ádico, con sus resultados sorprendentes. Esta teoría se podría aplicar de forma sencilla a demostrar una de las célebres Conjeturas de Weil: la racionalidad de la función zeta de variedades sobre cuerpos finitos.

Finalmente, una dirección especialmente ambiciosa sería estudiar la Cohomología de Galois de cuerpos p-ádicos, y la Teoría de Cuerpos de Clase Local.

Bibliografía/referencias: PRINCIPAL: J.W.S. Cassels, *Local Fields*, LMS 3, 1986.

COMPLEMENTARIAS:

- J.W.S. Cassels, *Lectures on Elliptic Curves*, LMS 24, 1991.

- N. Koblitz, *p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta Functions*, 2nd Ed, Springer, 1984.

- J. P. Serre, *Local Fields*, Springer, 1979.

Válido para más de un estudiante: (sí/no)

Documento MS Word para enviar en este formato por correo electrónico al coordinador de TFG jesus.azorero@uam.es antes del 9 de junio

Indicaciones:

- Podéis añadir cuantas propuestas queráis, aunque se recomienda que no sean más de 4.
- En el resumen del proyecto utilizad solo texto plano evitando en la medida de lo posible fórmulas y símbolos. La descripción debe ser breve; se sugiere una extensión no superior a 3 ó 4 líneas.
- El número máximo de TFG a dirigir por cada profesor sigue siendo 3 aunque este año no se asignará el tercero hasta que el resto de los colegas no tengan al menos 1 asignado.