

Este examen es de desarrollo. Se pide indicar claramente las variables y fórmulas usadas, los contrastes planteados, etc., mostrando el proceso de obtención de los resultados y las conclusiones. Conviene entregar las soluciones en hojas separadas (una por cada problema).

Puntuación. 2'5 puntos por cada problema resuelto correcta y completamente.

Tiempo: Dos horas y media.

1. Los servicios sanitarios de una provincia española estiman que el número de personas que no se han vacunado en la última campaña es el doble del número de los vacunados una vez (siendo el resto de la población vacunado dos veces), con lo cual se supone que la proporción de personas que no se han vacunado contra la gripe es $2p$, la proporción de los que han recibido la vacuna una vez es p y de los que han recibido dos dosis de la vacuna es $1 - 3p$, donde el parámetro desconocido p toma un valor entre 0 y 1.

a) Hallar el número esperado de dosis de dicha vacuna por habitante.

b) En un estudio realizado sobre una muestra de 1000 habitantes de la provincia, se han encontrado 578 personas no vacunadas, 313 vacunadas una vez y las 109 restantes vacunadas dos veces. Estimar el parámetro p por el *método de los momentos* en función de la muestra obtenida.

2. a) Se hace una encuesta entre estudiantes de la UAM sobre hábitos lectores. Se entrevista a 70 estudiantes y se les pregunta si leyeron algún libro durante el mes de diciembre. 49 de ellos contestaron afirmativamente y el resto, no. Hallar un intervalo de confianza 0,95 para la probabilidad de que un estudiante de la UAM lea al menos un libro al mes.

b) En otra encuesta similar a estudiantes de la UCM obtuvo respuesta afirmativa del 75% de los encuestados. Con un nivel de confianza de 0,95, calcular el número mínimo de encuestados para afirmar que el error cometido al estimar $\hat{p} = 0,75$ ($p =$ probabilidad de que un estudiante de la UCM lea al menos un libro al mes) sea menor que 0,03.

3. Un fabricante de lavadoras produce un determinado modelo en dos colores: blanco y gris. De las 1000 primeras lavadoras vendidas, 560 fueron del color blanco. ¿Proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística (al nivel de significación 0,01) para concluir que más de la mitad de los consumidores prefiere el color blanco?

4. Un sistema mecánico de gran resistencia es conocido por su larga duración.

a) El número de fallos por año de dicho sistema en el periodo 1985 – 2004 (de 20 años) fue:

Número de fallos/año :	0	1	2	3	4	5
Frecuencias observadas :	4	6	5	3	1	1

Un experto afirma que el número de fallos al año sigue una distribución de Poisson. ¿Podemos aceptar esta hipótesis al nivel $\alpha = 0'05$?

b) Después de un largo periodo de observación (de 40 años), los expertos han decidido que el número de fallos al año efectivamente sigue una distribución de Poisson $P(\lambda)$.

Tomando la estimación de λ más adecuada a partir de la muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_{40} para la que se ha obtenido $\sum_{k=1}^{40} x_k = 64$, hallar la probabilidad de que el sistema falle menos de dos veces en un año.