# EJERCICIOS DE BIOESTADÍSTICA, curso 2006/07

## REPASO: VARIABLES ALEATORIAS Y MODELOS DE PROBABILIDAD

**1.** Un examen de tipo test consta de 30 preguntas con 5 respuestas a elegir en cada una. Cada respuesta correcta vale 4 puntos y cada incorrecta puntúa $-1$ (las respuestas en blanco no afectan a la puntuación). Calcular la puntuación esperada de una persona que no ha estudiado nada pero decide presentarse y elegir todas las respuestas al azar, sin dejar ninguna en blanco.

**2.** El tiempo de vida, $T$ (en días) de una bacteria tiene la función de densidad

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{10}\, e^{-\frac{t}{k}} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{en el resto,} \end{cases}$$

donde $k$ es una constante positiva. Calcúlense:

**a.** el valor de $k$;

**b.** la esperanza de vida de dicha bacteria.

**3.** El 75 % de los alumnos matriculados en la asignatura de Bioestadística de segundo suele entregar ficha. De los que entregan ficha, aprueba habitualmente el 80 % y de los que no, el 40 %. Se supone que cada uno estudia por su cuenta y que no consulta a nadie a la hora de entregar ficha. Además, todos se suelen presentar al examen.

**a.** ¿Cuál es la probabilidad de que una persona, elegida al azar entre las matriculadas en la asignatura, apruebe el examen?

**b.** Habiendo 150 alumnos matriculados, calcular el número esperado de aprobados entre ellos.

**c.** Hallar la probabilidad de que, entre los 150 matriculados, aprueben el examen más de 110. ¿Cuál es la probabilidad de que aprueben entre 100 y 110 alumnos?

**4.** Se considera la variable aleatoria «tiempo de duración, en minutos, de una conferencia telefónica». Se tiene que $P(T > t) = e^{-\frac{t}{5}}$. Hallar

**a.** la función de densidad de $T$,

**b.** la función de distribución de $T$,

**c.** la probabilidad de que la conversación dure menos tres minutos,

**d.** la probabilidad de que dure menos de 6 minutos, sabiendo que duró más de 3 minutos.

**5.** Suponiendo que la probabilidad de que un niño que nace sea varón es $0'51$, hallar la probabilidad de que una familia de 6 hijos tenga

**a.** por lo menos una niña,

**b.** por lo menos un niño,

**c.** por lo menos dos niños y una niña.

Comparar los valores obtenidos con los que se obtendría si varón y mujer fuesen equiprobables.

**6.** En un examen se plantean 10 cuestiones a las que debe responderse verdadero o falso. Un alumno aprobará el examen si al menos 7 respuestas son acertadas. (No hay penalización por elegir respuestas equivocadas.) ¿Qué probabilidad de aprobar tiene un estudiante que responde todo al azar? ¿Y uno que sabe el 30 % de la asignatura?

**7.** Cierto individuo valora como factor decisivo para la compra de un coche el consumo de gasolina. Debe decidir entre dos modelos $A$ y $B$.
El fabricante del modelo $A$ afirma que su consumo sigue una distribución $N(8;\ 5)$ (en litros/100 km), mientras que el de $B$ dice que es $N(8;\ 3)$.

**a.** Hallar la probabilidad de que el coche $A$ consuma más de 9 litros y la probabilidad de que $B$ consuma entre 7 y $8'5$ litros.

**b.** Si decide comprar el modelo $B$, calcular la probabilidad de que ahorre más de 2 litros/100 km.

**8.** La anchura en mm de una población de coleópteros sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$. Se estima que el 77 % de la población mide menos de 12 mm. y que el 84 % mide más de 7 mm.
¿Cuál es la anchura media de la población? Hallar $\sigma$.

**9.** En una gran ciudad, el 60 % de la población fuma, el 6 % tiene bronquitis crónica, y el 4 % fuma y padece bronquitis crónica.

**a.** Hallar la probabilidad de que un fumador tenga bronquitis crónica.

**b.** Hallar la probabilidad de que un NO fumador tenga bronquitis crónica.

**c.** Elegimos al azar 120 personas de la ciudad. Hallar la probabilidad de que más de 80 de ellas sean fumadores.

**10.** La probabilidad de que un individuo tenga una reacción alérgica al inyectarle un suero es $0'001$. Hallar la probabilidad de que en 2000 individuos tengan reacción alérgica

**a.** exactamente tres,

**b.** más de 2.

**11.** En un estudio sobre la variable «$X = n^{\underline{o}}$ de muertos por coz, anualmente, en la caballería prusiana», Bortkiewicz (1898) recopiló los datos correspondientes a 10 cuerpos de caballería durante 20 años observando: 0 muertos en 109 casos, 1 muerto en 65 casos, 2 muertos en 22 casos, 3 muertos en 3 casos y 4 muertos en 1 caso.
Proponer un modelo adecuado para describir la distribución de la variable $X$ y comparar las frecuencias observadas con las correspondientes probabilidades teóricas.

**12.** Se supone que el número de bacterias por mm$^3$ de agua en un estanque es una variable aleatoria $X$ con distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 0'5$.

**a.** ¿Cuál es la probabilidad de que en un mm$^3$ de agua del estanque no haya ninguna bacteria?

**b.** En 40 tubos de ensayo se toman muestras de agua del estanque (1 mm$^3$ de agua en cada tubo). ¿Qué distribución sigue la variable $Y =$ «n$^o$ de tubos de ensayo, entre los 40, que no contienen bacterias»? Calcular, aproximadamente, $P(Y \geq 20)$.

**c.** Si sabemos que en un tubo hay bacterias, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de tres?

**13.** Un zoólogo estudia una cierta especie de ratones de campo. Para ello captura ejemplares de una población grande en la que el porcentaje de dicha especie es $100p$.

**a.** Si $p = 0'3$, hallar la probabilidad de que en 6 ejemplares capturados haya al menos 2 de los que le interesan.

**b.** Si $p = 0'05$, calcular la probabilidad de que en 200 haya exactamente 3 de los que le interesan.

**c.** Si $p = 0'4$, calcular la probablidad de que en 200 haya entre 75 y 110 de los que le interesan.

**14.** El peso de las personas de una población sigue una distribución Normal con media 72 kg y desviación típica 10 kg.

**a.** Cuatro personas elegidas al azar en esa población entran en un ascensor cuya carga máxima es de 350 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que entre los cuatro superen esa carga máxima?

**b.** ¿Cuál es la probabilidad de que dos personas, elegidas al azar en esa población, puedan jugar en un balancín, si sólo pueden hacerlo cuando sus pesos difieren en menos de 5 kg?

**15.** Una muestra de sangre se examina al microscopio sobre una cuadrícula dividida en 400 cuadrados iguales. Suponiendo que la muestra ha sido diluída y homogeneizada de manera que los hematíes quedan distribuidos al azar sobre la cuadrícula, y habiéndose observado 25 cuadrados vacíos, hallar el número medio de hematíes por cuadrado.
Si la muestra ha sido diluída al $0'25\,\%$ y el volumen de disolución distribuido sobre la cuadrícula es $0'1$ mm$^3$, ¿cuántos hematíes por mm$^3$ de sangre tiene el paciente?

# MUESTREO ALEATORIO

**16.**

**a.** Dada una muestra aleatoria $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ de una población $X$, explíquese la diferencia entre $E[X]$, $\overline{X}$ y $E[\overline{X}]$.

**b.** Calcúlense $E[\overline{X}]$ y $V(\overline{X})$ en los siguientes casos:
(i) $X \sim N(\mu, \sigma)$; (ii) $X \sim P(\lambda)$; (iii) $X \sim B(n; p)$.

**17.** Un comprador solicita un lote de 10 telas asfálticas cuyo contenido de asfalteno sigue una distribución $N(\mu = 35; \sigma = 2)$. ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido medio de asfalteno del lote sea inferior a 37?

**18.** Se supone que el saldo (en Euros) correspondiente a las tarjetas de crédito de los clientes de un cierto banco al final del mes de octubre, es una variable aleatoria con distribución normal con los parámetros $\mu = 360$, $\sigma = 70$. Se elige una muestra aleatoria de 25 clientes con los saldos respectivos $X_1$, $X_2$,..., $X_{25}$. Hállense las siguientes probabilidades:

**a.** $P(\overline{X} \geq 430)$;

**b.** $P(325 \leq \overline{X} \leq 395)$.

**19.** Un estudio detallado ha mostrado que en un determinado país, la estatura promedia de un varón adulto es $\mu = 170$ cm, mientras que la desviación típica es $\sigma = 5$ cm. Dado que la población de aquel país es grande, se supone que la estatura $X$ de un ciudadano elegido al azar se distribuye normalmente. Para hacer un nuevo estudio, tomamos una muestra aleatoria de estaturas de $n$ personas: $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

**a.** Hallar la función de densidad $f$ de la muestra.

**b.** Expresar (en función del tamaño muestral $n$) la probabilidad de que cada persona en la muestra mida, al menos, 175 cm.

**20.** El error (en mg) que se comete al pesar un objeto en una determinada balanza puede considerarse como una variable aleatoria con distribución $N(\mu = 0; \sigma = 150)$. Se pide:

**a.** Probabilidad de que el error cometido (en valor absoluto) en una pesada sea inferior a 200 mg.

**b.** Número mínimo de pesadas para que el error medio cometido (en valor absoluto) sea inferior a 50 mg con una probabilidad de $0'9$.

**21.** El porcentaje de estudiantes que aprueban la asignatura Bioestadística es un valor desconocido $\theta$ $(0 < \theta < 1)$. Consideremos la variable aleatoria

$$X = \begin{cases} 1 & \text{si un alumno, elegido al azar, aprueba,} \\ 0 & \text{si suspende.} \end{cases}$$

**a.** Escríbase la función de masa $F_\theta(x)$ de la variable $X$ de forma sencilla.

**b.** Eligiendo de manera aleatoria $n$ alumnos, obtenemos una muestra aleatoria $(X_1, \ldots, X_n)$. Escríbase la función de masa de la muestra $F_\theta(x_1, \ldots, x_n)$.

**c.** ¿Cómo se puede expresar, de manera sencilla, el valor del estadístico «número de aprobados, entre $n$ estudiantes»?

# ESTIMACION PUNTUAL

**22.** Dada una muestra aleatoria de tamaño $n$ de una variable $X$, calcular el estimador de máxima verosimilitud y el que se obtiene por el método de los momentos, en los siguientes casos:

**a.** $X \sim$ Bernoulli de parámetro $p$.

**b.** $X \sim$ Poisson $(\lambda)$.

**c.** $X \sim N(\mu, \sigma)$, ($\sigma$ conocido).

**d.** $X \sim N(\mu, \sigma)$, ($\mu$ conocido).

**e.** $X \sim N(\mu, \sigma)$.

**23.** Sea $X$ una variable aleatoria con función de densidad

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \qquad (\theta > 0).$$

Hallar el estimador del parámetro $\theta$:

**a.** por el método de los momentos;

**b.** por el método de máxima verosimilitud.

**24.** Sea $(X_1, \ldots, X_n)$ una muestra aleatoria de

$$f_\theta(x) = \begin{cases} e^{-x+\theta} & \text{si } x > \theta \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases} \qquad (\theta \in \mathbb{R})$$

Hállese el estimador de $\theta$ por el método de los momentos.

**25.** A lo largo de un año, la hembra de una cierta especie de mamíferos puede tener una cría, dos crías, o no tener ninguna. Según un estudio realizado por un grupo de zoólogos, la proporción de hembras sin crías es $\frac{p}{3}$, la de las con una cría es $\frac{2p}{3}$, mientras que la proporción de las hembras con dos crías es $1-p$, donde el parámetro $p$ toma un valor entre 0 y 1.
Al realizar un estudio de 200 hembras durante un año, el equipo de científicos mencionado encontró 55 hembras que no han tenido crías, 106 que han tenido una cría y 39 que han tenido dos. Estimar el parámetro $p$ por el método de los momentos.

**26.** Sea $(X_1, \ldots, X_n)$ una muestra aleatoria de una población con función de densidad:

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \theta \left(\frac{1}{x}\right)^{\theta+1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases} \qquad (\theta > 1)$$

Se pide hallar:

**a.** Estimador de $\theta$ por el método de los momentos.

**b.** Estimador de máxima verosimilitud de $\theta$.

**27.** Disponemos de una muestra aleatoria simple $(x_1, \dots, x_n)$ de una población con función de densidad:

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{2\theta^2}{x^3} & \text{si } x \geq \theta \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \qquad (\theta > 0)$$

Hallar:

**a.** el estimador de máxima verosimilitud de $\theta$;

**b.** el estimador de máxima verosimilitud de $1/\theta$;

**c.** el estimador por el método de los momentos de $\theta$.

**28.** En una gran piscifactoría hay una proporción desconocida de peces de una especie A. Para obtener información sobre esa proporción vamos a ir sacando peces al azar.

**a.** Si la proporción de peces de la especie A es $p$, ¿cuál es la probabilidad de que el primer pez de la especie A sea el décimo que extraemos?

**b.** Tres personas realizan, independientemente unas de otras, el proceso de sacar peces al azar hasta encontrarse con el primero de tipo A:
La primera persona obtiene el primer pez tipo A en la décima extracción.
La segunda persona obtiene el primer pez tipo A en la decimoquinta extracción.
La tercera persona obtiene el primer pez tipo A en la decimoctava extracción.
Escribir la función de verosimilitud y obtener la estimación de máxima verosimilitud de $p$.

**29.** El procedimiento que se describe a continuación se utiliza para evitar respuestas falsas a preguntas delicadas en una encuesta (método de respuesta aleatorizada):
Sea $A$ una pregunta delicada (por ejemplo, ¿evade Vd. impuestos?) y sea $B$ una pregunta inocua (por ejemplo, ¿su número de DNI es par?). Se le pide al sujeto que lance una moneda en secreto; si sale cara contesta la pregunta $A$ y si sale cruz la $B$. El encuestador recibe una sola respuesta (si o no) y no sabe a qué pregunta corresponde.
Si esta prueba se realiza a 1.000 sujetos y 600 de ellos contestan «si», ¿qué porcentaje de individuos se estima que evade impuestos?

**30.** El coseno $X$ del ángulo con el que se emiten los electrones en un proceso radiactivo es una variable aleatoria con función de densidad

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{1+\theta x}{2}, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases} \qquad (-1 \leq \theta \leq 1).$$

Consideremos una muestra aleatoria $(X_1, \dots, X_n)$ de esta variable aleatoria.

**a.** Obtener el estimador de $\theta$ por el método de los momentos.

**b.** Calcular la varianza de este estimador.

**31.** Para estudiar la proporción $p$ de caballos afectados por la peste equina se les va a someter a una prueba. Sabemos que la prueba será positiva si el animal está enfermo; si está sano, hay una probabilidad $0'04$ de que la prueba resulte positiva.

**a.** Hallar la relación entre la probabilidad $p$ de estar enfermo y la probabilidad $q$ de dar positivo en la prueba.

**b.** Obtener la estimación de máxima verosimilitud de $p$ si 500 ejemplares son sometidos a la prueba y resulta positiva en 95 casos.

**c.** Si realmente hay un 20 % de caballos afectados por la epidemia, ¿cuál es la probabilidad de que la prueba resulte positiva en al menos 95 ejemplares de los 500?

**32.** Dada una muestra aleatoria $(X_1, \ldots, X_n)$ de una población con función de densidad

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \qquad (\theta > 0)\,,$$

obtener el estimador de máxima verosimilitud de $\theta$ y de $\theta^2$.

**33.** Vamos a clasificar las personas de un país según dos características: color de los ojos (claros u oscuros) y sexo (hombre o mujer). Las dos características son independientes.

**a.** Obtenemos una muestra al azar de la población con los siguientes resultados:
200 mujeres con ojos claros
150 hombres con ojos claros
350 mujeres con ojos oscuros
300 hombres con ojos oscuros
Obtener la estimación de máxima verosimilitud de $p = P\{\text{hombre}\}$ y $q = P\{\text{ojos claros}\}$.

**b.** Después de muchas horas de intenso trabajo llegamos a saber con exactitud que $p = 0'4$ y $q = 0'6$. Si tomamos 8 personas al azar de ese país, ¿cuál es la probabilidad de encontrar alguna mujer de ojos oscuros? Y si la muestra que tomamos es de 200 personas, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 60 mujeres de ojos oscuros?

## ESTIMACIÓN POR INTERVALOS DE CONFIANZA

**34.**

**a.** En una zona geográfica, la estatura de los individuos varones (en cm) sigue una $N(\mu; \sigma = 8)$. Hallar un intervalo de confianza al nivel $0'9$ para estimar $\mu$, a partir de una muestra aleatoria de tamaño 32.

**b.** Para la misma población, determínese el tamaño mínimo de la muestra para estimar $\mu$ con un error de, como mucho, $\pm 3$ cm con un nivel de confianza $0'95$.

**35.** Según un estudio sobre los niños que padecen dolor de pecho, realizado por Selbst, Ruddy y Clark (*Clinical Pediatrics*, 1990), se ha hallado que de 137 niños que tenían dolor de pecho, 100 daban radiografías de tórax normales.

**a.** Obtener un intervalo de confianza del 95 % para la proporción $p$ de niños con dolor de pecho que dieron radiografías normales.

**b.** Hallar el mínimo tamaño muestral para que el error cometido en la estimación de $p$ sea inferior a $0'1$, al nivel de 95 %.

**36.** En una muestra aleatoria de 10 tabletas de aspirina, de las cuales observamos su peso expresado en gramos, obtenemos

$$1'19;\ 1'23;\ 1'18;\ 1'21;\ 1'27;\ 1'17;\ 1'15;\ 1'14; 1'19;\ 1'2\,.$$

Suponiendo la normalidad, hallar un intervalo al 80 % para la varianza.

**37.** Una finca cuadrada tiene lado de longitud $L$ (valor exacto en metros). Si medimos la longitud de ese lado (también en metros), la medición obtenida sigue una distribución $N(L; \sigma = 1)$, debido a diversos errores.

**a.** Hallar el estimador de máxima verosimilitud de la superficie $S$ de la finca para muestras de tamaño $n$.

**b.** En 100 mediciones de la longitud $L$, se ha obtenido una media de 325 m. Obtener un intervalo de confianza del 95 % para $L$.

**c.** Calcular el mínimo tamaño muestral para que en la estimación de $L$ se cometa un error máximo de $0'1$ m, con un nivel de confianza del 95 %.

**38.** Se quiere estudiar la proporción $p$ de declaraciones de la renta que presentan algún defecto. En una muestra preliminar pequeña (*muestra piloto*) de tamaño 50 se han observado 22 declaraciones defectuosas. ¿Cuál es el tamaño muestral necesario para estimar $p$ cometiendo un error máximo de $0'01$ con una probabilidad de $0'99$?

**39.** Se supone que el número de erratas por página en un libro sigue una Poisson. Elegidas al azar 95 páginas, se obtuvieron los siguientes resultados:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de erratas | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Número de páginas | 40 | 30 | 15 | 7 | 2 | 1 |

Hallar el intervalo de confianza al 90 % para el número medio de erratas por página en todo el libro.

**40.** Se desea conocer la probabilidad de que un individuo en un municipio sea alérgico al polen de las acacias donde, entre 100 individuos se observaron 10 alérgicos.

**a.** Hallar el intervalo de confianza al 95 % para la probabilidad pedida.

**b.** ?‘Cuántos individuos se deberían observar para que, con probabilidad $0'95$, el error máximo en la estimación de la proporción de alérgicos sea del $0'01$?

**41.** Se sabe que el peso de los recién nacidos sigue una distribución normal. Si en una muestra aleatoria de 100 de ellos se obtiene una media muestral de 3 kg y una cuasi-desviación típica de $0'5$ kg, calcular un intervalo de confianza para la media poblacional que presente un nivel de confianza del 95 %.

**42.** Una noticia en el periódico dice que, de 1000 personas encuestadas sobre una cuestión, 556 se muestran a favor y 444 en contra, y concluye afirmando que el $55'6$ % de la población se muestra a favor, con un margen de error de $\pm 3$ %. ¿Cuál es el nivel de confianza de esta afirmación?

**43.** Para un grupo de 41 alumnos (procedentes de una escuela secundaria), se observaron sus calificaciones obtenidas en el examen de selectividad y se obtuvo una cuasi-varianza muestral de $5'75$. Para otro grupo de 25 estudiantes procedentes de otro centro, se constató que la cuasi-varianza era $5'35$. Suponiendo la distribución Normal de la nota de selectividad para cada uno de los centros, hállese el intervalo de confianza para el cociente de las varianzas (al nivel de confianza del 90 %).

**44.** Se intenta estudiar la influencia de la hipertensión en los padres sobre la presión sanguínea de los hijos. Para ello se seleccionan dos grupos de niños, unos con padres de presión sanguínea normal (grupo 1) y otros con uno de sus padres hipertenso (grupo 2), obteniéndose las siguientes presiones sistólicas:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grupo 1: | 104 | 88 | 100 | 98 | 102 | 92 | 96 | 100 | 96 | 96 |
| Grupo 2: | 100 | 102 | 96 | 106 | 110 | 110 | 120 | 112 | 112 | 90 |

Hallar un intervalo de confianza para la diferencia de medias, suponiendo que las varianzas en las dos poblaciones de niños son iguales.

**45.** Una empresa multinacional está realizando un estudio sobre la satisfacción de sus empleados en el trabajo, en los distintos países en los que tienen establecidas delegaciones. De una muestra aleatoria de 1000 trabajadores españoles, 420 declararon estar satisfechos con su trabajo. Por otro lado, de una muestra de 2000 trabajadores franceses, 800 mostraron sentirse satisfechos.

**a.** Obtener la estimación de máxima verosimilitud para el porcentaje de trabajadores satisfechos en cada una de las delegaciones anteriores. Indicar en qué delegación el porcentaje estimado de trabajores satisfechos es mayor.

**b.** Obtener el intervalo de confianza del 95 por ciento para cada uno de los porcentajes en estudio.

# CONTRASTE DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICAS

**46.** Se considera buena la edición de un libro si el número medio de erratas por página no supera el $0'1$ ($H_0$). Dadas las pruebas de imprenta, se eligen 10 páginas al azar y se rechazan las pruebas si se observan 2 o más erratas. Se supone que el número de erratas por página sigue una Poisson.
¿Qué nivel de significación tiene el contraste? ¿Con qué probabilidad aceptaremos un libro si realmente tiene una media de $0'2$ erratas por página?

**47.** En una piscifactoría se desea contrastar la hipótesis ($H_0$) de que el porcentaje de peces adultos que miden menos de 20 cm es, como máximo, del 10 %. Para ello se va a tomar una muestra de 6 peces y rechazaremos $H_0$ si encontramos más de un pez con longitud inferior a 20 cm.

**a.** ?'Cuál es el nivel de significación de este contraste?

**b.** Calcular la potencia del contraste si en realidad hay un 20 % de peces que miden menos de 20 cm.

**48.** Para estudiar si una prueba de laboratorio puede resultar demasiado nociva para la salud, contrastaremos la hipótesis ($H_0$) de que la probabilidad de que una persona sometida a esa prueba resulte afectada sea como máximo $0,001$. Para esto sometemos a esa prueba a 1000 personas elegidas al azar, y aceptamos $H_0$ si como máximo ha habido un afectado.

**a.** Nivel de significación del contraste.

**b.** Si en realidad la prueba afecta a la salud de una persona con probabilidad $0'003$, ¿cuál es la probabilidad de aceptar $H_0$?

**49.** La estatura $X$ de los individuos varones residentes en una pequeña región sigue una distribución normal con la desviación típica de 5 cm. Deseamos contrastar la hipótesis de que el valor medio de $X$ es 175 cm, con el nivel de significación de $0'05$. Para ello se han elegido 9 personas al azar, obteniéndose los siguientes resultados:

$$168 \quad 180 \quad 170 \quad 175 \quad 171 \quad 173 \quad 169 \quad 184 \quad 176\,.$$

¿Qué decisión deberíamos tomar?

**50.** Se recibe un envío de latas de conserva de las que se afirma que el peso medio es 1000 gramos. Examinada una muestra de 5 latas se obtiene un peso medio de 995 g con una cuasi-varianza $s^2 = 19,6$. Al nivel de confianza 95 %, ¿se puede aceptar que el peso medio es 1000 g?

**51.** La concentración media de dióxido de carbono en el aire en una cierta zona no es habitualmente mayor que 355 p.p.m.v. (partes por millón en volumen). Se sospecha que esta concentración es mayor en la capa de aire más próxima a la superficie. Para contrastar esta hipótesis se analiza el aire en 20 puntos elegidos aleatoriamente a una misma altura cerca del suelo. Resultó una media muestral de 580 p.p.m.v. y una cuasi-desviación típica muestral de 180. Suponiendo normalidad para las mediciones, ¿proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística, al nivel $0'01$, a favor de la hipótesis de que la concentración media es mayor cerca del suelo? Indicar razonadamente si el $p$-valor es mayor o menor que $0'01$.

**52.** Un dentista afirma que el 40 % de los niños de 10 años presentan indicios de caries dental. Tomada una muestra de 100 niños, se observó que 36 presentaban indicios de caries.
Contrastar la hipótesis del dentista para un nivel de confianza del 90 %.

**53.** Se ha observado que los lagartos del desierto se suelen esconder del calor en verano para evitar que su temperatura corporal interna llegue al nivel letal de 45ºC. Se ha realizado un estudio para estudiar el tiempo $X$ (en minutos) que se requiere para que la temperatura de un lagarto alcance los 45ºC, partiendo de su temperatura normal mientras estaban en la sombra. Se han obtenido los siguientes datos:

$$10'1 \quad 12'5 \quad 12'2 \quad 10'2 \quad 12'8 \quad 12'1 \qquad 11'2 \quad 11'4 \quad 10'7 \quad 14'9 \quad 13'9 \quad 13'3$$

Suponiendo que la variable $X$ sigue una distribución Normal $N(\mu, \sigma)$ y basándose en los datos obtenidos,

**a.** ?'Puede concluirse (al nivel de confianza del $0'025$) que el tiempo medio requerido para alcanzar la temperatura letal es menor que 13 minutos?

**b.** ?'Puede concluirse (al mismo nivel) que la desviación típica de $X$ es inferior a un minuto y medio?

**54.** Un método de tratamiento contra la leucemia mieloblástica aguda consiste en someter al paciente a quimioterapia intensiva. Se sabe que este tratamiento proporciona un porcentaje de remisión de un 70 %. Se aplica un nuevo método de tratamiento a 50 voluntarios. ¿Cuál es el mínimo número de casos de remisión de la enfermedad que debe observarse para poder afirmar (a un nivel de significación del $0'025$) que el nuevo método produce una tasa de remisión más alta que el antiguo?

**55.** Una prueba de detección de la hepatitis vírica produce un 2 % de falsos positivos (prueba positiva en una persona sana) y un 5 % de falsos negativos (prueba negativa en una persona enferma). Se aplica esta prueba a 800 personas independientes tomadas al azar en la población.
a) Hallar la relación entre $p$=«Probabilidad de dar positivo» y $r$=«Probabilidad de padecer hepatitis vírica».
b) ¿Cuál es el máximo número de pruebas positivas que podríamos obtener, entre las 800, para considerar estadísticamente probado que la enfermedad afecta a menos del 8 % de la población? Tomar $\alpha = 0'01$.

**56.** Los tiempos empleados en 6 recorridos ferroviarios diferentes, un día determinado, son:

$$27 \quad 38 \quad 61 \quad 25 \quad 43 \quad 17$$

Después de introducir una serie de modificaciones técnicas, los tiempos empleados en los mismos recorridos fueron:

$$25 \quad 35 \quad 60 \quad 26 \quad 40 \quad 16$$

Con una confianza del 95 %, ¿se puede concluir que las modificaciones introducidas han proporcionado una reducción en el tiempo medio de los recorridos? Explicar con claridad el planteamiento de este problema y el método empleado.

**57.** Un examen consta de 100 preguntas con 4 alternativas cada una. Se desea que los alumnos que superen la prueba sepan, al menos, el 50 % de la asignatura. ¿Cuál debe ser el número mínimo de respuestas correctas para aprobar el examen, con un nivel de confianza del 99 %? Estudiar las dos formas posibles de plantear el contraste. (Sólo una de las alternativas es correcta y las preguntas abarcan uniformemente toda la asignatura).

**58.** Se tienen algunos indicios de que el consumo de tabaco tiende a provocar problemas de trombosis debidos a un aumento en la capacidad de coagulación. Para estudiar esta hipótesis, Levine (1973) extrajo muestras de sangre de 11 individuos antes y después de que fumasen un cigarrillo y midió la capacidad de agregación de las plaquetas, obteniendo los datos siguientes (correspondientes al máximo porcentaje de plaquetas que se agregaron después de haber sido sometidas a un estímulo adecuado):

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Antes: | 25 | 25 | 27 | 44 | 30 | 67 | 53 | 53 | 52 | 60 | 28 |
| Después: | 27 | 29 | 37 | 56 | 46 | 82 | 57 | 80 | 61 | 59 | 43 |

¿Hay suficiente evidencia estadística (al nivel de significación $0'01$) a favor de la hipótesis de que los fumadores presentan una mayor tendencia a la formación de coágulos? Indicar las condiciones que se requieren para que el test utilizado sea válido.

**59.** Se han realizado diversos estudios analizando la incidencia de la malaria en niños africanos heterocigóticos respecto al gen asociado a la anemia falciforme, y en niños homocigóticos normales. En un estudio realizado por Allison y Clyde se obtuvieron los siguientes datos: de 136 niños heterocigóticos, 36 sufrieron la malaria, mientras que, de 407 homocigóticos, la sufrieron 152.
¿Hay evidencia estadística (al nivel $0'05$) de que los heterocigóticos están mejor protegidos frente a la malaria que los homocigóticos normales?

**60.** Se van a probar dos medicamentos, A y B, contra una enfermedad. Para esto tratamos 100 ratones enfermos con A y otros 100 con B. El número medio de horas que sobreviven con A es $\bar{x} = 1200$ y el número medio con B es $\bar{y} = 1400$. Suponiendo Normalidad en ambos casos, se pide:

**a.** ¿Se puede aceptar igualdad de varianzas si sabemos que $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 900000$ y $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 950000$? (Tomar $\alpha = 0'1$).

**b.** ¿Es más efectivo el medicamento B? Plantear el contraste adecuado para estudiar esto con un nivel de confianza del 95 %.

**61.** La Comunidad Autónoma de Madrid está interesada en averiguar si el índice de absentismo laboral es mayor en dicha Comunidad que en la Unión Europea, donde se sitúa en el 11 %. Con este propósito, seleccionó al azar una muestra de 200 trabajadores, la cual proporcionó un porcentaje de absentismo del 16 %. ¿Se puede sacar la conclusión de que el absentismo es mayor en la Comunidad de Madrid que en la Unión Europea, al nivel de significación $\alpha = 0'025$?

**62.** Con objeto de estudiar si las pulsaciones en los hombres pueden considerarse menores que en las mujeres, se tomaron muestras de 16 hombres y 16 mujeres, obteniéndose los siguientes datos:

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hombres $(X)$ : | 74 | 77 | 71 | 76 | 79 | 74 | 83 | 79 | 83 | 72 | 79 | 77 | 81 | 79 | 84 | 80 |
| Mujeres $(Y)$ : | 81 | 84 | 80 | 73 | 78 | 80 | 82 | 84 | 80 | 84 | 75 | 82 | 79 | 82 | 79 | 85 |

$$\sum x_i = 1248 \qquad \sum x_i^2 = 97570 \qquad \sum y_i = 1288 \qquad \sum y_i^2 = 103846\,.$$

¿Qué se puede decir al respecto?

**63.** Un ornitólogo lleva años siguiendo los cambios en la proporción de cigüeñas dentro de la población de aves de gran tamaño en una cierta zona. En 1994 pudo comprobar que, entre la población total, las cigüeñas representaban un 15 %. En el año 2004, durante un determinado período de observación, observó 11 cigüeñas en una muestra aleatoria de 50 aves de gran tamaño en la zona. ¿Se puede concluir (al nivel de confianza de 95 %) que la proporción de cigüeñas en la zona ha cambiado en el período 1994-2004?

**64.** Una compañía petrolífera está considerando la posibilidad de introducir un nuevo aditivo en su gasolina, esperando incrementar el kilometraje medio por litro. Los ingenieros del grupo de investigación prueban 10 coches con la gasolina habitual y otros 10 coches con la gasolina con el nuevo aditivo. El resumen de los resultados es:

«Kilometraje medio sin aditivo»= 14'2 km/l $\qquad s_1^2 = 3'24$
«Kilometraje medio con aditivo»= 15'4 km/l $\qquad s_2^2 = 5'76$

**a.** ¿Se puede considerar probado que el nuevo aditivo aumenta el kilometraje medio por litro? Plantear el modelo correspondiente (asumiendo Normalidad e igualdad de varianzas) y obtener una conclusión con una confianza del 95 %.

**b.** Con los datos disponibles, ¿era razonable trabajar con la hipótesis de igualdad de varianzas en el apartado anterior? Dar una respuesta razonada con un nivel de significación de $0'1$.

**65.** Un fabricante de lavadoras produce un determinado modelo en dos colores: blanco y gris. De las 1000 primeras lavadoras vendidas, 560 fueron del color blanco. ¿Proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística (al nivel de significación $0'01$) para concluir que más de la mitad de los consumidores prefiere el color blanco?

**66.** Una fábrica de fertilizantes tiene dos máquinas envasadoras con las que pretende llenar sacos iguales. Se llenan 10 sacos con la primera máquina obteniéndose un contenido medio de $29'8$ kg y una cuasi-varianza de $1'2$. Se llenan otros 10 sacos con la segunda máquina obteniéndose un contenido medio de $30'2$ kg y una cuasi-varianza de $1'4$. Asumiendo Normalidad, se pide:

**a.** Hallar un intervalo de confianza al 95 % para la varianza de la primera máquina envasadora.

**b.** ¿Se puede concluir, con un nivel de significación del 10 %, que la segunda máquina envasadora introduce más fertilizante que la primera? Hacer el estudio asumiendo igualdad de varianzas.

**67.** Una compañía farmacéutica afirma que cierto medicamento elimina el dolor de cabeza en un cuarto de hora en el 90 % de los casos. Tomada una muestra de 200 pacientes a los que se les administró el medicamento, se observó la desaparición del dolor en 170 de ellos. Contrastar la hipótesis de la compañía.

**68.** En una granja experimental se intenta comparar la virulencia de dos organismos patógenos causantes de epidemias en los pollos. De 200 pollos inoculados con el organismo A, 137 manifestaron signos durante los 14 primeros días. De 150 pollos inoculados con el organismo B, 98 manifestaron signos en los primeros 14 días.
Con un nivel de confianza del 95 %, ¿existe diferencia entre la virulencia de los dos organismos? (Se supone que los pollos están aislados y no hay contagios).

**69.** Una agencia dedicada al cobro de cheques encontró que el 5 % de todos los cheques remitidos a la agencia eran de cuentas sin fondos. Después de implantar un sistema de verificación, para disminuir sus pérdidas, se hallaron solamente 50 cheques sin fondos en una muestra aleatoria de 1124 cheques. ¿Existe suficiente evidencia estadística para concluir que el sistema de verificación ha reducido la proporción de cheques sin fondos? Tomar un nivel de significación $\alpha = 0'01$ para efectuar el contraste.

**70.** La duración media de una muestra de 10 bombillas es $\bar{x} = 1250$ horas, con una cuasi-desviación típica muestral de $s_X = 115$. Se cambia el material del filamento por otro nuevo y, entonces, de una muestra de 12 bombillas se obtuvo una duración media de $\bar{y} = 1340$ horas, con una cuasi-desviación típica muestral de $s_Y = 106$.

**a.** ¿Puede aceptarse que las varianzas, antes y después del cambio de filamento, son iguales? ¿Bajo qué hipótesis?

**b.** ¿Ha aumentado la duración media de las bombillas?

**71.** Se desea comparar la proporción de viviendas con calefacción en Extremadura y en Galicia. Se hace un muestreo en las dos comunidades con los siguientes resultados:
Extremadura: De 500 viviendas elegidas al azar, 300 disponían de calefacción.
Galicia: De 1000 viviendas elegidas al azar, 680 disponían de calefacción.
¿Hay suficiente evidencia estadística para concluir, con un nivel de confianza del 95 %, que es menor la proporción de viviendas con calefacción en Extremadura que en Galicia?

**72.** Un grupo de investigadores afirma haber descubierto un tipo de alimentación para las gallinas, bajo la cual éstas producen huevos que no aumentan el colesterol en las personas que los consumen. Para comprobar dicha teoría, se seleccionaron al azar 10 personas a las que se les midió su nivel de colesterol antes ($X$) y después ($Y$) de ser sometidos a una dieta a base de dichos huevos. Suponiendo Normalidad, contrastar la hipótesis nula de que el nivel de colesterol es el mismo antes y después de la dieta (al nivel $\alpha = 0'05$), si los datos obtenidos son los siguientes:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 120 | 312 | 243 | 161 | 314 | 234 | 143 | 287 | 423 | 155 |
| $Y$ | 130 | 306 | 255 | 168 | 310 | 250 | 158 | 290 | 440 | 140 |

# CONTRASTES $\chi^2$

**73.** Después de lanzar un dado 300 veces, se han obtenido las siguientes frecuencias:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Frecuencias | 43 | 49 | 56 | 45 | 66 | 41 |

Al nivel de significación $0'05$, ¿se puede afirmar que el dado es regular?

**74.** Una zona del Sistema Central es el hábitat natural de tres especies de águila. Se cree (hipótesis nula) que una quinta parte de las águilas pertenece a la primera especie, dos quintas partes a la segunda especie y otras dos quintas partes a la tercera.
En una muestra aleatoria de 34 águilas de la zona, se observaron 7 de la primera especie, 15 de la segunda y 12 de la tercera. ¿Hay suficiente evidencia estadística (al nivel $0'01$) para aceptar la hipótesis propuesta? Precisar qué tipo de contraste se está llevando a cabo.

**75.** Dadas dos parejas de genes $Aa$ y $Bb$, la descendencia del cruce efectuado según las leyes de Mendel, debe estar compuesta del siguiente modo:

| Fenotipo | Frecuencias relativas esperadas |
|---|---|
| $AB$ | 9/16 |
| $Ab$ | 3/16 |
| $aB$ | 3/16 |
| $ab$ | 1/16 |

Elegidos 300 individuos al azar de cierta población, se observa la siguiente distribución de frecuencias:

| Fenotipo | Frecuencias observadas |
|---|---|
| $AB$ | 165 |
| $Ab$ | 47 |
| $aB$ | 67 |
| $ab$ | 21 |

¿Se puede aceptar que se cumplen las leyes de Mendel para los individuos de dicha población?

**76.** Se clasificaron 1000 individuos de una población según el sexo y según fueran normales o daltónicos.

| | Masculino | Femenino |
|---|---|---|
| Normal | 442 | 514 |
| Daltónicos | 38 | 6 |

Según un modelo genético, las probabilidades deberían ser:

$$\begin{array}{cc} \frac{1}{2}\,p & \frac{1}{2}\,p^2 + pq \\ \\ \frac{1}{2}\,q & \frac{1}{2}\,q^2 \end{array}$$

donde $q = 1 - p =$ proporción de genes defectuosos en la población.
A partir de la muestra se ha estimado que $q = 0'087$. ¿Concuerdan los datos con el modelo?

**77.** En una tómbola de feria se desarrolla el siguiente sorteo:
El feriante tiene un gran bombo opaco y dice que contiene 5 bolas con lunares, 45 bolas blancas, 50 azules, 50 rojas y 50 amarillas. El sorteo consiste en sacar una bola al azar dando los siguientes premios:
Bola con lunares: Premio importante.
Bola blanca: Premio de consolación.
Bolas restantes: Nada.
Después devuelve al bombo la bola extraída.
Observo los resultados de 600 sorteos, durante los cuales reparte 6 premios importantes y 160 de consolación. ¿Podemos afirmar que hace trampa con un nivel de confianza del 95 %?

**78.** El número de defectos congénitos en una muestra de 100 individuos de una población dio la siguiente distribución:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de defectos: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Frecuencia | 84 | 9 | 3 | 2 | 1 | 1 |

¿Se ajustan los datos obtenidos a una distribución de Poisson?

**79.** Se ha desarrollado un modelo teórico para las diferentes clases de una variedad de moscas. Este modelo nos dice que la mosca puede ser de tipo L con probabilidad $p^2$, de tipo M con probabilidad $q^2$ y de tipo N con probabilidad $2pq$ $(p + q = 1)$. Para confirmar el modelo experimentalmente tomamos una muestra de 100 moscas, obteniendo 10, 50 y 40, respectivamente.

**a.** Hallar la estimación de máxima verosimilitud de $p$ con los datos obtenidos.

**b.** ¿Se ajustan los datos al modelo teórico, al nivel de significación $0'05$?

**80.** Una muestra aleatoria de 320 familias de 5 hijos proporciona los siguientes resultados concernientes al número $N$ de hijos varones:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N$ : | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $O_i$ : | 18 | 56 | 110 | 88 | 40 | 8 |

Atendiendo a estos resultados, decidir si es consistente la hipótesis de que la probabilidad de nacimiento de varones (en cinco nacimientos) sea 1/2, con nivel de significación $\alpha = 0'05$.

**81.** Un sistema mecánico de gran resistencia es conocido por su larga duración.

**a.** El número de fallos por año de dicho sistema en el periodo $1975 - 2004$ (de 30 años) fue:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de fallos/año : | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Frecuencias observadas : | 7 | 8 | 6 | 5 | 3 | 1 |

Un experto afirma que el número de fallos al año sigue una distribución de Poisson. ¿Podemos aceptar esta hipótesis al nivel $\alpha = 0'05$?

**b.** Después de un largo periodo de observación, los expertos han decidido que el número de fallos al año efectivamente sigue una distribución de Poisson $P(\lambda)$.
Eligiendo la estimación de $\lambda$ más adecuada a partir de la muestra aleatoria $x_1, x_2, \ldots, x_{40}$ (tomada durante 40 años) para la que se ha obtenido $\sum_{k=1}^{40} x_k = 64$, hallar la probabilidad de que el sistema falle menos de dos veces en un año.

**82.** En un estudio para determinar la posible influencia de la rubeola materna y las cataratas congénitas, se ha seleccionado una muestra de 20 niños con este defecto y 25 niños que no presentan este defecto, todos con antecedentes y edades semejantes. Sa han entrevistado las madres de los niños para determinar si ellas tuvieron o no la rubeola durante el embarazo, obteniéndose los siguientes resultados

| Tiene cataratas congénitas | La madre tuvo rubeola | No tuvo rubeola |
|---|---|---|
| Sí | 14 | 6 |
| No | 10 | 15 |

Contrastar, al nivel $0'05$, si la distribución de rubeola en las madres es similar en los dos grupos de niños. Explicar de qué modelo de contraste se trata y especificar claramente todos los elementos.

**83.** Se desea saber si la distribución de los grupos sanguíneos es similar en los individuos de dos poblaciones. Para ello se elige una muestra aleatoria de cada una de ellas, obteniéndose los resultados reflejados en la tabla:

| | $O$ | $A$ | $B$ | $AB$ |
|---|---|---|---|---|
| Grupo 1 | 90 | 80 | 110 | 20 |
| Grupo 2 | 200 | 180 | 240 | 30 |

Usando el nivel de significación del 5 %, ¿se puede considerar que son homogéneas ambas comunidades?

**84.** Se desea estudiar el número de accidentes por día que se producen en cierto regimiento. Para ello se toman al azar los partes de 200 días dentro de los últimos 5 años, encontrando los siguientes resultados:

| Número de accidentes/día | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de días | 58 | 75 | 44 | 18 | 3 | 1 | 1 |

**a.** ¿Se puede aceptar, con nivel de confianza del 90 %, que el número de accidentes por día sigue una distribución de Poisson?

**b.** Independientemente del resultado de a), suponemos que la distribución del número de accidentes por día es Poisson ($\lambda$). ¿Hay suficiente evidencia estadística (tomar nivel de significación $\alpha = 0'05$) de que el verdadero valor medio $\lambda$ del número de accidentes por día es menor que $1'35$? Dada la aceptación o el rechazo en el test usado, ¿el $p-$valor es mayor o es menor que $0'05$?

**85.** Se desea evaluar la efectividad de una nueva vacuna antigripal. Para ello se decide suministrar dicha vacuna, de manera voluntaria y gratuita, a una pequeña comunidad. La vacuna se administra en dos dosis, separadas por un período de dos semanas, de forma que algunas personas han recibido una sola dosis, otras han recibido las dos y otras personas no han recibido ninguna. La siguiente tabla indica los resultados que se registraron durante la siguiente primavera en 1000 habitantes de la comunidad elegidos al azar.

| | No vacunados | Una dosis | Dos dosis |
|---|---|---|---|
| Gripe | 24 | 9 | 13 |
| No gripe | 289 | 100 | 565 |

¿Proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística (al nivel de significación $0'05$) para indicar una dependencia entre la clasificación respecto a la vacuna y la protección frente a la gripe?

**86.** Se está haciendo un estudio sobre hábitos de lectura entre estudiantes universitarios. Se toma una muestra de 43 estudiantes de la UCM y 37 estudiantes de la UAM. Las respuestas fueron:

| | menos de 5 | entre 5 y 9 libros | entre 10 y 19 | 20 libros o mas al año |
|---|---|---|---|---|
| *UCM* | 7 | 16 | 10 | 10 |
| *UAM* | 8 | 15 | 9 | 5 |

Al nivel de significación de $0'05$, decidir si los hábitos lectores de los estudiantes de la UCM y de la UAM son similares.

**87.** Se ha realizado una encuesta entre 130 alumnos matriculados en la Bioestadística de segundo, con el objeto de estudiar una posible relación entre el éxito en el examen y la asistencia a las clases, obteniéndose los siguientes resultados:

| | Han estado asistiendo a las clases | No han asistido a las clases |
|---|---|---|
| Aprobados | 60 | 21 |
| Suspensos | 29 | 20 |

A la vista de estos datos, ¿podemos considerar que los resultados del examen son independientes de la asistencia?

**88.** Se ha realizado un estudio para determinar los síntomas clínicos que ayudan a la identificación de la tos ferina. Un síntoma investigado es la tos aguda de cualquier duración. Los datos obtenidos sobre 233 niños estudiados se muestran en la siguiente tabla:

| | Tiene tos aguda | No tiene tos aguda |
|---|---|---|
| Padece tos ferina | 112 | 6 |
| No padece tos ferina | 83 | 32 |

¿Existe relación entre tener tos aguda y padecer la enfermedad, al nivel de significación del $0'01$?

**89.** Un investigador está estudiando el efecto de tres tratamientos químicos para mejorar la germinación de semillas almacenadas. Tomó una muestra aleatoria de 600 semillas y las repartió al azar en tres grupos de 200. Aplicó un tratamiento a cada grupo e hizo una prueba de germinación en condiciones uniformes. Los resultados fueron:

| Producto | Germinadas | No germinadas |
|---|---|---|
| $A$ | 190 | 10 |
| $B$ | 170 | 30 |
| $C$ | 180 | 20 |

Contrastar, al nivel $0'05$, la hipótesis de que el porcentaje de germinación es el mismo para los tres tipos de compuesto utilizados.

**90.** 500 niños de escuela primaria se clasificaron de acuerdo con el grupo socioeconómico y la presencia o ausencia de cierto defecto en la pronuciación. Los resultados fueron los siguientes:

| | Superior | Medio-Superior | Medio-Inferior | Inferior |
|---|---|---|---|---|
| Con defecto | 8 | 24 | 32 | 27 |
| Sin defecto | 42 | 121 | 138 | 108 |

¿Son compatibles estos datos con la hipótesis de que el defecto en la pronunciación no está relacionado con el grupo socioeconómico?