

Hoja 4: Integración.

1.- Calcular las siguientes integrales mediante el cambio de variable adecuado:

$$(a) \int \frac{1}{x} e^{1+\ln x} dx \quad (b) \int x e^{x^2} dx \quad (c) \int \frac{e^x}{2e^x - 1} dx \quad (d) \int \frac{2}{5 - 3x} dx$$
$$(e) \int x^2 \sqrt{1+x} dx \quad (f) \int \frac{x}{1+x^4} dx \quad (g) \int \frac{5}{(4x+3)^3} dx$$

2.- Calcular las siguientes integrales con la técnica de integración por partes:

$$(a) \int x \cos x dx \quad (b) \int x e^{-x} dx \quad (c) \int \ln x dx \quad (d) \int x^2 \sin x dx \quad (e) \int x \ln x dx$$

3.- Utilizar el método de la descomposición en fracciones simples (factores lineales) para calcular:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx \quad (b) \int \frac{x^4 + 3}{x^2 - 4x + 3} dx \quad (c) \int \frac{3x + 1}{x^3 - x} dx$$
$$(d) \int \frac{e^x + 3e^{-x}}{e^{2x} + 1} dx \quad (e) \int \frac{2x}{x^3 - 3x - 2} dx \quad (f) \int \frac{x^3}{x^3 - 3x + 2} dx$$

4.- Calcular la derivada de la siguiente función:

$$F(x) = \int_0^{x^2} (\sin t^2) \log(1 + t^2) dt.$$

5.- Encontrar una función f definida y continua en $[0, \infty)$ tal que

$$\int_0^{x^2} (1+t) f(t) dt = 6x^4.$$

6.- Calcular el área delimitada por las curvas siguientes:

- (a) $y = \sin x$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$ y el eje x .
- (b) $y = 5 - x^2$ e $y = 3 - x$
- (c) $y = x^2$, $y = (x - 2)^2$, $y = (2 - x)/6$.
- (d) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 2x$

7.- Calcular el área entre la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ y su asíntota.

8.- Calcular el área comprendida entre las curvas $y = x e^{-x}$, $y = x^2 e^{-x}$ para valores de $x \geq 1$.

9.- Aproximar el valor de $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx$

- (a) Usando la regla del trapecio con 4 subintervalos.
- (b) Usando la regla de Simpson con 4 subintervalos.

10.- Sabemos que $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi$. Usar la regla de Simpson con cuatro subintervalos para aproximar el valor de π .