EJERCICIOS DE REPASO

1.- Calcular la recta tangente y la recta normal a las curvas siguientes en el punto especificado.

- $y = \ln(x+1)$ en $x = 1$.
- $y = e^{-x^2} \cos x$ en $x = \frac{\pi}{3}$
- $y = (\sin x)^{\cos x}$ en $x = \frac{\pi}{2}$.

2.- Los gusanos de las yemas del abeto tienen como depredadores los pájaros. La velocidad de depredación por cápita viene dada for

$$f(N) = \frac{aN}{k^2 + N^2}$$

siendo N la densidad de gusanos y a, k constantes positivas. Determinar donde es creciente y decreciente la velocidad de depredación. ¿ Es máxima o mínima en algún momento dicha velocidad de depredación?.

3.- Dar un dibujo aproximado de la gráfica de

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5}{x - 2}, \quad x \neq 2.$$

4.- Calcular las dimensiones de un cilindro circular recto abierto por su base pero cerrado por su base, que tenga 1 litro de capacidad y minimice la cantidad total de material utilizado.

5.- Supongamos que la longitud de un cierto organismo a la edad x está dada por $L(x)$, que satisface la ecuación diferencial

$$\frac{dL}{dx} = e^{-0,1x}, \quad x \geq 0.$$

Calcular $L(x)$ sabiendo que su longitud “límite ” es 25.

6.- En un laboratorio de ingeniería genética se crea una variedad nueva de virus. Se observa que el número de virus crece el 10 % cada semana. El laboratorio decide hacer el siguiente experimento con un antiviral. Tomará dos muestras de 100 virus. A una de estas muestras (Familia A) SÍ le administrará el antivural y a la otra (Familia B) NO.

(a) Calcular el número de virus en la Familia B al cabo de 20 semanas.

(b) El número de virus de la Familia A al cabo de 20 semanas es 405. Calcular el % de crecimiento de dicha familia.

(c) ¿ Cuántas semanas deben transcurrir para que el número de virus de la Familia B sea el doble que el número de la Familia A ?.

7.- Supongamos qu euna población evoluciona de acuerdo con el modelo

$$N_{t+1} = 0{,}9 N_t, \quad t = 0, 1, 2 \ldots$$

- Si $N_0 = 50$ ¿ cual será el tamaño de la población en $t = 6$?.
- ¿ Cuántas generaciones tardará la pobalción en ser un cuarto del tamaño de la generación 0?.
- ¿ Se puede decir algo del tamaño de la población a largo plazo?.

8.- Calcular la integral $\displaystyle\int_0^1 x e^{-x^2/2} dx$.

9 La frecuencia de aparición de una enfermedad viene dada por la ecuación diferencial

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2}sp(1-p), \quad p(0) = p_0$$

- Resolver la ecuación utilizando el método de separación de variables y la descomposición en fracciones simples.
- Supongamos que $p_0 = 0{,}1$ y $s = 0{,}01$ ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que $p(t) = 0{,}5$?.
- ¿Qué ocurre para tiempos grandes?.

10.- Calcular los autovalores y autovectores de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1{,}5 & 0 \\ 0{,}08 & 0 \end{pmatrix}.$$

11.- Supongamos que la distribución de una especie con dos clases de edad sigue un modelo regido por la matriz

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 0{,}1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Calcular los autovalores.
- Determinar el incremento o disminución de la especie a largo plazo.
- ¿Existe una distribución de edades estable a largo plazo?.

12.- Calcular las derivadas parciales de primer y segundo orden de las funciones

- $f(x, y) = \sin(3xy + x)$.
- $f(x, y) = x^3 \cos y$.
- $f(x, y) = xe^{xy}$.

13.- Estudiar los máximos y mínimos de las funciones

- $x^3 + y^2 - 6xy + 6x + 3y - 2$.
- $x^3 - 6xy + y^3$.

14.- Hallar el polinomio de Taylor de grado 3 de las siguientes funciones en el punto que se indica

- $f(x) = \sin^2 x$ en $x = \frac{\pi}{2}$.
- $f(x) = \ln(1 + x^2)$ en $x = 0$.