

Hoja 4: Integración

1.- Evaluar las siguientes integrales indefinidas:

(1) $\int (6x^2 - 8)^{25} x dx$	(2) $\int \frac{dx}{2x^2 + 8}$	(3) $\int \frac{3x^2 + 2x - 1}{x + 2} dx$
(4) $\int \frac{e^x}{2e^x - 1} dx$	(5) $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x + 8} dx$	(6) $\int \frac{x^4}{x^2 + 4} dx$
(7) $\int x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$	(8) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^2}} dx$	(9) $\int x^2 \sqrt{1 + x} dx$
(10) $\int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 5}$	(11) $\int \frac{x^3}{x^3 - 3x + 2} dx$	(12) $\int \frac{x}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$
(13) $\int \frac{e^x + 3e^{-x}}{e^{2x} + 1} dx$	(14) $\int \frac{x}{(x^2 - 1)^2} dx$	(15) $\int \frac{dx}{(x^2 - 1)^2}$
(16) $\int \frac{dx}{(x - 1)^2 (x^2 + 3)}$	(17) $\int \frac{x}{1 + x^4} dx$	(18) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$
(19) $\int \frac{dx}{2 + 3 \cos x}$	(20) $\int \frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x \cos x}$	(21) $\int \operatorname{sen}^3 x \cos^6 x dx$
(22) $\int x \log x dx$	(23) $\int x^2 \operatorname{sen} x dx$	(24) $\int x^3 e^{-2x} dx$
(25) $\int \cos(2x) e^{3x} dx$	(26) $\int \arctan x dx$	(27) $\int \left( \frac{\operatorname{arc} \operatorname{sen} x}{1 - x^2} \right)^{\frac{1}{2}} dx$

2.- Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

(i) $F(x) = \int_0^{x^2} (\operatorname{sen} t^2) \log(1 + t^2) dt,$	(ii) $F(x) = \int_{-e^x}^{\operatorname{sen}^2 x} \cos(\log(2t^2)) dt,$
(iii) $F(x) = \int_3^{f_1^x \operatorname{sen}^3 t dt} \frac{dt}{1 + \operatorname{sen}^6 t + t^2}.$	

3.- Calcular los siguientes límites:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \exp t^2 dt - x}{x^3}$	(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \int_0^x \operatorname{sen} t^3 dt}{x^4}.$
---	--

4.- Encontrar una función  $f$  definida y continua en  $[0, \infty)$  tal que

$$\int_0^{x^2} (1 + t) f(t) dt = 6x^4.$$

5.- Calcular el área delimitada por las curvas siguientes:

- (i)  $y = \operatorname{sen} x, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{2}$  y el eje  $x$ .
- (ii)  $y = 5 - x^2$  e  $y = 3 - x$

(iii)  $y = x^2$ ,  $y = (x - 2)^2$ ,  $y = (2 - x)/6$

(iv)  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 2x$

(v)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (elipse)

**6.-** Calcular el área entre la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$  y su asíntota.

**7.-** Calcular el área comprendida entre las curvas  $y = x e^{-x}$ ,  $y = x^2 e^{-x}$  para valores de  $x \geq 1$ .

**8.-** Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

(i)  $\frac{dx}{dt} = \sqrt{3t + 1}$ , con  $x = 1$  para  $t = 0$ .

(ii)  $\frac{dx}{dt} = \frac{tx}{1+t^2}$ , con  $x = 1$  para  $t = 0$ .

(iii)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}y^2 - 2y$ , con  $y = -3$  para  $x = 0$ .

(iv)  $\frac{dy}{dx} = (y + 1)e^{-x}$ , con  $y = 2$  para  $x = 0$ .

(v)  $\frac{dy}{dx} = x^2y^2$ , con  $y = 1$  para  $x = 1$ .