MATEMÁTICAS Curso 2012-2013
PRIMERO DE BIOLÓGICAS

Hoja 6: Funciones de dos variables

1. Identificar las curvas de nivel y dibujar la gráfica de f.
   (a) $f(x, y) = x^2 - y$.
   (b) $f(x, y) = x - y$.
   (c) $f(x, y) = x^2 + y^2$.
2. Calcular las derivadas parciales
   (a) $f(x, y) = x^2 - y$.
   (b) $f(x, y) = 3x^2 - xy + y$.
   (c) $f(x, y) = x^2 e^{-y}$.
   (d) $f(x, y, z) = xy + yz + zx$.
3. Halla y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones.
   (a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5$.
   (b) $f(x, y) = xy^2 + 2x^2y - 6xy$.
   (c) $f(x, y) = 3y^2 + 4x^2 - 4xy + 2y + 4x$.
   (d) $f(x, y) = \frac{3}{5}x^5 - 3xy^2 + 3y$.
4. Para guardar muestras, necesitamos cajas de cartón, como las de zapatos, pero con la tapa de plástico. Cada cm^2 de cartón cuesta un céntimo de euro y cada cm^2 de plástico cuesta tres céntimos. Las cajas deben tener un volumen de 2000 cm^3. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja más barata posible?
5. Se pretende excavar un agujero cilíndrico en el suelo para que contenga un recipiente de residuos orgánicos de $1\,m^3$ de volumen. El coste de la excavación es proporcional a $A(1 + p^2)$, siendo p la profundidad y A el área (circular) excavada.

   Hallar los valores de r y p que dan el coste mínimo, siendo r el radio del área circular.
6. Se desea construir una balsa para lodos con forma de paralelepípedo rectángulo y con un volumen de 1 Hm^3. ¿Qué dimensiones debe tener para que la suma de la superficie lateral más la superficie del fondo (que son las que van recubiertas) sea mímima?
7. Halla el volumen máximo de un paralelepípedo rectángulo en el que la suma de las longitudes de las tres aristas es 1.
8. ¿Cómo se debe dividir un segmento de longitud L en 3 partes de modo que el producto de sus longitudes sea máximo ?