

NOMBRE:

D.N.I.:

1.- Definimos la función $f(x) = \frac{x^2 - 3}{4(x^2 - 1)}$.

a.- Hacer un esquema de la gráfica de la función f indicando su dominio de definición, asíntotas, regiones de crecimiento y decrecimiento, extremos locales y globales, si los hubiera.

b.- Mostrar, justificadamente, que la ecuación $f(x) = e^x$ tiene al menos tres soluciones distintas. (*Indicación: usar el teorema de Bolzano*).

c.- (*Opcional*): Probar que, de hecho, la ecuación $f(x) = e^x$ tiene exactamente 3 soluciones.

2.- Encontrar un polinomio $P(x)$ que verifique $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \arctan x - P(x)}{(x-1)^3} = 0$

3.- a.- Calcular las siguientes primitivas: **A** : $\int \log(1+t) dt$; **B** : $\int \tan^2 x dx$.

b.- Encontrar dos constantes a y b para las que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} \log(1+t) dt}{a x^b} = 1$.

4.- Determinar si las siguientes series son absoluta o condicionalmente convergentes:

$$\mathbf{A} : \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(1 + 1/n)^n}{n}; \quad \mathbf{B} : \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n!)^2}{(2n)!}.$$

5.- (*Opcional*) Determinar la convergencia o divergencia de la siguientes integrales impropias:

$$\int_0^{1/2} \frac{\operatorname{sen} x}{x^{3/2} \log x} dx; \quad \int_{1/2}^1 \frac{\operatorname{sen} x}{x^{3/2} \log x} dx$$