Análisis Matemático I. Curso 2010/2011. *Ejercicio a entregar el jueves 09.12.2010*

NOMBRE: D.N.I.:

Utilizar solo el espacio comprendido en esta hoja por las dos caras.

1.a: Supongamos que $f(x)$ es una función convexa. Dados tres puntos ordenados $x_1 < a < x_2$ denotamos por $L_1(x)$ la función cuya gráfica es la recta que pasa por $(x_1, f(x_1)$ y por $(a, f(a))$ y denotamos por $L_2(x)$ la función cuya gráfica es la recta que pasa por $(a, f(a))$ y por $(x_2, f(x_2))$. Demostrar las desigualdades:

$$L_2(x) \leq f(x) \leq L_1(x), \quad \text{si} \quad x_1 < x < a \qquad \text{y} \quad L_1(x) \leq f(x) \leq L_2(x), \quad \text{si} \quad a < x < x_2.$$

1.b: Deducir que toda función convesa es continua.

2.a: Si $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ es derivable y $g'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$, probar que g es inyectiva. (*Usar T.V.M.*)

2.b: Si $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ es derivable y $g'(x) > 0{,}01$, $\forall x \in \mathbb{R}$, probar que g es biyectiva. (*T.V.M.*)