

Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Examen del 6 Septiembre 2010

Apellidos..... Nombre.....
D.N.I. Grupo

Ejercicio 1. (2.5 puntos) Hallar las soluciones de la ecuación diferencial (de Riccati)

$$y' = \cos(x) - y - y^2 \operatorname{tg}(x) \sec(x).$$

Ejercicio 2. (2.5 puntos) Resolver el sistema lineal

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 4 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. (2.5 puntos) Dado el problema de Cauchy

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(y) \\ y(0) = y_0 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

- (a) Pongamos $f(y) = y^2$. ¿Para qué datos iniciales $y_0 \in \mathbb{R}$ la solución es única en el intervalo $[0, 1]$? Es única globalmente?
- (b) Pongamos $f(y) = \sqrt[3]{y}$. ¿Para qué datos iniciales $y_0 \in \mathbb{R}$ la solución es única en el intervalo $[-1, 1]$? Es única globalmente?

Ejercicio 4. (2.5 puntos) Estudiar la estabilidad del origen como punto crítico del sistema

$$\begin{cases} x' = -2x - xy^3 \\ y' = x^2y^2 - y^3 \end{cases}$$
