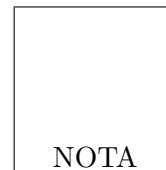


Universidad Autónoma de Madrid

Facultad de Ciencias

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Segundo Curso de Matemáticas.
Septiembre 2009

Apellidos Nombre.....
D.N.I. Grupo

Ejercicio 1 (3,5 puntos). Se considera el sistema

$$\begin{cases} x' = x - 3y^2 \\ y' = -y \end{cases}$$

- a) Esbozar razonadamente las trayectorias alrededor del punto crítico y determinar su tipo y estabilidad.
 - b) Integrando la ecuación de las trayectorias, dibujar el diagrama de fases global.
-

Ejercicio 2 (3,5 puntos). Resolver el sistema completo

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \cos(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3 (1,5 puntos). Se considera el problema

$$y' = |\operatorname{sen} y|^3 + a^2 y^6 + 1 \quad y(0) = 0$$

donde a es una constante, real.

- a) Decidir razonadamente si se puede garantizar la existencia de solución para este problema y su unicidad.
 - b) Determinar razonadamente los valores de a para los que la solución está definida en $(-\infty, \infty)$ y los valores de a para los que la solución no se puede prolongar a $(-\infty, \infty)$.
-

Ejercicio 4 (1,5 puntos). Hallar una función de Lyapunov de la forma $V(x, y) = ax^2 + by^2$ en un entorno de $(0, 0)$, y discutir la estabilidad de $(0, 0)$, para el sistema

$$\begin{cases} x' = -y + xy^2 - x^3 \\ y' = x - 2x^2y - y^3 \end{cases}$$
