UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

EDO

CURSO ACADÉMICO 2008-2009

NOTA

Nombre y Apellidos ____________________

Grupo ____________________

Problema 1 *Sea la sucesión de funciones* $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ *dada por*

$$f_n(x) = n\left(1 + x^{\frac{1}{n}}\right)\sin\left(\frac{1}{n}\right)\mathrm{e}^{-nx}.$$

Probar que converge uniformemente en $[1,\infty)$. *Probar que converge puntualmente, pero no uniformemente, en* $[0,\infty)$.

<u>Problema</u> 2 *Se considera el problema:*

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1}{3}y^4 + \dfrac{1}{6}\dfrac{y}{1+t} + \dfrac{1}{3}|y|^{\frac{1}{4}} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

a) ¿ Qué puedes decir sobre existencia y unicidad de las soluciones ?
b) Demostrar que $y(t) \geq (1+t)^{\frac{1}{6}}$ *para todo* $t \geq 0$. (Indicación: comparar y' con $\frac{1}{6}\frac{y}{1+t}$.)
c) Supongamos que $y(t)$ *es una solución definida en un intervalo* $[0, T)$. *Demostrar que* $T \leq 1$.
(Indicación: comparar y' con $\frac{1}{3}y^4$.)
d) Demostrar que la solución está definida en el intervalo $[0, \frac{1}{3})$. (Indicación: comparar y' con y^4.)