GEOMETRÍA III, PROBLEMAS 6 Primer semestre, 2007/08.

Instrucciones: Tome las dos últimas cifras de su DNI o pasaporte y divídalas entre 4; el resto es congruente con el número del problema que deberá resolver. Redacte la solución tan claramente como le sea posible, y entréguela al inicio de la clase del día **8 de Enero**. Todo el trabajo debe realizarse de forma absolutamente individual.

En los cuatro problemas propuestos, conteste tan BREVEMENTE como sea posible las siguientes tres preguntas, indicando CLARAMENTE el resultado o teorema usado:

- Demuestre que el conjunto S indicado en el problema es una subvariedad de $\mathbb{R}^4$.
- Demuestre que la aplicación $F : S \to S$ definida como $F(x, y, z, t) = (-x, -y, -z, -t)$ es diferenciable para la estructura diferencial inducida en S.
- Demuestre que $(\Phi(A), \Phi^{-1})$ es una carta de la estructura diferencial de S.

---

1. S es el subconjunto de $\mathbb{R}^4$ definido como $\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \, : \, xy = 1, \, z^2 + t^2 = 1 \}$.
$A = \mathbb{R} \times (0, 2\pi)$; $\Phi(u, v) = (e^u, e^{-u}, \cos t, \sin t)$.

---

2. S es el subconjunto de $\mathbb{R}^4$ definido como $\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \, : \, xy = 1, \, zt = 1 \}$.
$A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, v), (u, 0)\}$; $\Phi(u, v) = (u, \frac{1}{u}, v, \frac{1}{v})$.

---

3. S es el subconjunto de $\mathbb{R}^4$ definido como $\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \, : \, x^2 + y^2 = 1, \, z^2 + t^2 = 1 \}$.
$A = (0, 2\pi) \times (0, 2\pi)$; $\Phi(u, v) = (\cos u, \sin u, \cos v, \sin v)$

---

4. S es el subconjunto de $\mathbb{R}^4$ definido como $\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \, : \, x^2 - y^2 = 1, \, z^2 + t^2 = 1 \}$.
$A = \mathbb{R} \times (-\pi, \pi)$; $\Phi(u, v) = (\sqrt{1 + u^2}, u, \cos v, \sin v)$.
