

PROBLEMAS DE ÁLGEBRA LINEAL I, CC.FÍSICAS

1. Decidir el carácter de los siguientes sistemas en función de los parámetros indicados.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + \alpha y + \alpha z = 5 \\ 4x + \alpha y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = \alpha \\ x + y + \alpha z = \alpha^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + y - 2z = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y - z = b_1 \\ x + 2y + z = b_2 \\ 3x + y - 2z = b_3 \end{cases} \quad \begin{cases} x - \alpha y + \alpha^2 z = a \\ \alpha x - \alpha^2 y + \alpha z = 1 \\ \alpha x + y - \alpha^3 z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha x + y + z + t = 1 \\ x + \alpha y + z + t = a \\ x + y + \alpha z + t = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \alpha x + by + cz = d \\ a^2 x + b^2 y + c^2 z = d^2 \end{cases}$$

2. Utilizar el teorema sobre el determinante de un producto para demostrar la fórmula $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$.
-

3. Encontrar una sucesión de matrices elementales E_1, \dots, E_k tal que $E_k \dots E_1 A$ sea escalonada, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para aquellas A 's que sean invertibles, escríbanse en producto de matrices elementales.

4. Demostrar que $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$. Usar esto para demostrar que la inversa de una matriz simétrica es simétrica.
-

5. Hallar los valores de a y b tal que las matrices siguientes son invertibles:

$$\begin{bmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a-1 & 1 \\ 0 & 1 & a+2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & -1 \\ 0 & 1 & a-3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 1 & a^2 & b^2 \\ 1 & a^3 & b^3 \end{bmatrix}$$

6. Sea A una matriz invertible de orden n y triangular superior. Demostrar que A^{-1} es también triangular superior.