ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRIA. 1$^{\text{er}}$ Curso de CC. Físicas.
Examen Parcial. Mayo de 2001.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI: GRUPO:

---

1. Calculénse las formas canónicas de Jordan real y compleja, las bases y las matrices de cambio correspondientes para el endomorfismo de R^3 cuya matriz en la base canónica es:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.
En el espacio euclídeo usual R^4 se considera el subespacio F de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z & = 0 \\ 2y + z \quad + t & = 0 \end{cases}$$

a) Obténgase la matriz en la base canónica de la proyección ortogonal P sobre F.
b) Descompóngase el vector (1,1,1,1) en suma de un vector de F y otro ortogonal a F.

3.
Sea $f : R^3 \to R^3$ dada por

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

en función del parámetro a real,
a) Determinénse los valores de a para los que f es un movimiento euclídeo.
b) Denotamos por f_1, f_2 los dos movimientos obtenidos en a), siendo f_1 aquél de ambos que tiene puntos fijos. Hállense los elementos geométricos de $f_1 \circ f_2$.

4.
Determinénse los índices de inercia positivo, negativo y nulo (es decir, la signatura) de la forma cuadrática de tres variables:

$$Q(x) = ax_1^2 - 2bx_2^2 + 2ax_1x_3 - 4bx_2x_3 + (a-2b)x_3^2$$

según los valores de $a, b \in R$.¿Define la forma bilineal simétrica asociada a Q un producto escalar en algún caso? Explíquese la respuesta.