

ÁLGEBRA LINEAL II. 1^{er} Curso de CC. Físicas.
Examen Final. 24 de junio de 2005.

No está permitido el uso de Calculadora (no es necesario).
Por favor, desconectar los teléfonos móviles.

APELLIDOS:

NOMBRE:

DNI:

GRUPO:

1.

Dada la forma cuadrática:

$$Q(x, y, z) = -7x^2 + 6xy - 12xz + y^2 + 4yz - 2z^2$$

- Encontrar una base ortonormal que la diagonalice.
 - Siendo A la matriz simétrica correspondiente a Q , escribir las matrices C (ortogonal), y D (diagonal), tales que ${}^tCAC = D$.
-

2.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Estudiar razonadamente si A es diagonalizable.
 - Escribir su forma de Jordan J .
 - Hallar la matriz C de cambio de base tal que $C^{-1}AC = J$.
-

3.

Dado el movimiento de R^3 expresado por

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- Encontrar razonadamente qué tipo de movimiento es.
 - Encontrar sus elementos característicos. (Los puntos, rectas o planos invariantes y los vectores que caracterizan el movimiento y si es el caso, el ángulo de la rotación que interviene).
-

4.

Sea $f : V \rightarrow V$ una aplicación lineal ortogonal en un espacio vectorial real euclídeo.

- Razonar cuáles son los posibles valores propios reales de f .
 - Demostrar que vectores propios de f correspondientes a valores propios reales distintos son ortogonales.
 - Consideremos una aplicación ortogonal de R^3 distinta de la identidad. Demostrar que si dicha aplicación es diagonalizable, entonces es una simetría ortogonal respecto a un plano, a una recta o al origen.
-