ÁLGEBRA LINEAL I. 1$^{\text{er}}$ Curso de CC. Físicas.
Examen Final. 27 de Enero de 2009.

No está permitido el uso de calculadora (no es necesario).
Por favor, desconectar los teléfonos móviles.

APELLIDOS: NOMBRE:

DNI: GRUPO:

---

1. Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rrrl} x & & -az & =1 \\ x & +a^2y & -3z & =1 \\ -x & +y & -z & =b \end{array}\right\}$$

Determinar razonadamente por el método de Gauss:
a) Los valores de a y b para los que el sistema es compatible determinado.
b) Los valores de a y b para los que el sistema es incompatible.
c) Los valores de a y b para los que el sistema es compatible indeterminado.

2.
Dados los subespacios S_1 y S_2 de R^4 siguientes:

$$S_1 = \mathcal{L}\{(2,1,0,1),(-1,3,1,-1)\} \quad S_2 = \mathcal{L}\{(1,a,0,-1),(4,6,a,0)\}$$

Hallar los valores de a para que la dimensión de $S_1 \bigcap S_2 = 1$

3.
Dada una aplicación lineal $f : R^3 \longrightarrow R^3$ en la base canónica por la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Estudiar razonadamente si $R^3 = Nf \oplus Imf$.
b) Dar un subespacio complementario de $Nf + Imf$, si este subespacio no es el total.

4.
a) Si $f : R^3 \longrightarrow R^3$ es una aplicación lineal dada en la base canónica por la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix},$$

hallar la matriz B de una aplicación lineal g tal que $Ng = Imf$ y $Img = Nf$.
b) Comprobar que $AB = 0 = BA$ y explicar por qué en términos de aplicaciones lineales.

5.
Establecer razonadamente uno de los dos enunciados:
a) Fórmula de las dimensiones para la suma de subespacios.
b) Toda matriz con determinante cero es no invertible.
De contestar a los dos enunciado el ejercicio se considerará nulo.