

- 1.- ¿Cuántas veces debe lanzarse un par de dados para asegurar que la puntuación suma se repita?, ¿y para asegurar que alguna puntuación suma aparezca cuatro veces por lo menos?

 - 2.- Sea S un conjunto cualquiera de n números naturales. Probar que existe algún subconjunto de S tal que la suma de sus elementos es un múltiplo de n .

 - 3.- Sea n un número natural primo con 10. Demostrar que n tiene infinitos múltiplos cuyos dígitos son todos unos.

 - 4.- Demostrar que en cualquier reunión siempre hay dos personas que tienen el mismo número de amigos en dicha reunión.

 - 5.- Demostrar que en cualquier subconjunto de $n + 1$ elementos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ hay un elemento que divide a otro. (Paul Erdős).
Sugerencia: Construir los palomares en función del máximo divisor impar de cada número.

 - 6.- Se forman todas las listas con repetición con los símbolos $\{1, 2, \dots, 100\}$ de longitud 10. Dos listas se dicen primas entre sí si en alguna posición tienen el mismo símbolo. ¿Cuál es el número máximo de listas que se pueden extraer de forma que cada dos de las extraídas no sean primas entre sí?

 - 7.- Probar que si extraemos $n + 1$ números distintos de entre $\{1, \dots, 2n\}$, entonces hay dos cuya suma es $2n + 1$.
Sugerencia: Observar cuántas parejas de números suman exactamente $2n + 1$.

 - 8.- Probar que en un poliedro siempre hay dos caras con el mismo número de lados.

 - 9.- Se colorea el plano con dos colores. Probar que hay dos puntos a distancia 1 con el mismo color.

 - 10.- En una urna tenemos todas las matrices 3×3 formadas con los símbolos $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. ¿Cuántas debemos extraer para asegurar que al menos dos de estas tengan la misma diagonal principal?

 - 11.- En una clase se imparten 5 asignaturas con dos posibles calificaciones cada una: suspenso y aprobado. Si en la clase hay 70 alumnos, demostrar que hay al menos 3 alumnos que han aprobado exactamente las mismas asignaturas.

 - 12.- Tenemos una urna con todas las 19-listas con símbolos $\{1, 2, \dots, 10\}$. ¿Cuántas listas debemos extraer de esa urna para garantizar que entre las extraídas hay por lo menos dos en las que los símbolos de la primera posición son iguales y los símbolos de la última posición también son iguales?
-

13.- En un grupo de 7 personas, la suma de las edades es 332 años. Probar que se puede escoger a tres de ellos de manera que la suma de sus edades sea al menos 143 años.

14.- Supongamos que distribuimos al azar los números de 1 a 10 en un círculo. Comprobar que hay 3 números dispuestos consecutivamente cuya suma es al menos 17.

15.- Probar que hay una potencia de 3 cuya expresión decimal termina en 001.

16.- Probar que dados 5 puntos del plano con coordenadas enteras, podemos escoger dos de ellos de manera que el punto medio del segmento que los une también tiene coordenadas enteras.
