

1) Resolver  $z^3 = i$  en coordenadas polares y rectangulares. (Recordatorio: las coordenadas rectangulares, o cartesianas, son de la forma  $a + ib$ ; las polares,  $re^{i\alpha}$ ).

Solución (parcial):  $\sqrt{3}/2 + i/2, -\sqrt{3}/2 + i/2, -i$ .

2) Resolver  $iz + (2 - 10i)z = 3z + 2i$ .

Solución:  $-9/41 - i/41$ .

3) Resolver  $z^2 = -8 - 6i$ .

4) Resolver  $z^2 - (3 + i)z + 4 + 3i = 0$ .

Solución:  $2 - i, 1 + 2i$ .

5) Resolver el sistema  $(i + 1)z + (2 - i)w = -3i, (2i + 1)z + (3 + i)w = 2 + 2i$ .

Solución:  $z = -1 + 5i, w = 19/5 - 8i/5$ .

6) Escribir  $\sum_{n=0}^{99} (i + 1)^n$  en coordenadas rectangulares y polares. Solución:  $(1 + 2^{50})i$ .

7) Escribir en coordenadas polares  $4 + i, -3/2 - i/2, -1 + 2i$ .

8) Comprobar que  $(1 + i)^{12} = -64$ , y  $((1 - i)/\sqrt{2})^{-6} = -i$ .

9) Resolver las siguientes ecuaciones i)  $z^2 = 1 + i\sqrt{3}$ ; ii)  $z^4 = i$ ; iii)  $z^3 = -8i$ .

Soluciones a iii):  $z = 2i, -\sqrt{3} - i, \sqrt{3} - i$ .

10) Recordad que las rotaciones en el espacio tridimensional no conmutan en general. Decidir razonadamente si las rotaciones en el plano conmutan.

11) Usando  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ , donde  $x$  es un número real, demostrar que  $\cos x = (e^{ix} + e^{-ix})/2$  y  $\sin x = (e^{ix} - e^{-ix})/(2i)$ .

12) Opcional. Sea  $\|\mathbf{x}\|_2 := \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  la norma euclídea (la longitud) del vector  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ . Comprobar que para todo par de vectores  $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ , la norma del producto vectorial  $\|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|_2$  nos da el área del paralelogramo determinado por  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{w}$ .