

1) Bajo la hipótesis adicional $X_i \in L^2$, demostrar la ley débil de los grandes números de las siguientes dos formas: 1) A partir de la desigualdad de Chebyshev. 2) Usando el Teorema Ergódico de Von Neumann.

2) Dado el sistema dinámico (X, \mathcal{A}, P, T) , donde T , además de preservar la medida, es ergódica, y dado cualquier par de conjuntos $A, B \in \mathcal{A}$, decir algo inteligente sobre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n P(B \cap T^{-k}A),$$

y demostrarlo.

3) Probar que el producto de todos los primos $p \leq n$ satisface $\pi_{p \leq n} p \leq 4^n$.