

- 1) Demostrar que la cota inferior en la versión cuantitativa del Teorema de Recurrencia de Poincare no se puede mejorar. Sugerencia: Utilizar el espacio $X = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$ con la probabilidad producto P obtenida a partir de la probabilidad uniforme en $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$, y el operador desplazamiento a la izquierda T .
- 2) Para (X, P, T) como en la sugerencia anterior, probar que si $P(E \setminus T^{-1}(E)) = 0$, entonces o $P(E) = 0$ o $P(E) = 1$.
- 3) Dado un espacio de Hilbert H , y una proyección $T : H \rightarrow H$ (es decir, $T = T \circ T$), demostrar que T es ortogonal si y solo si es autoadjunta.