

Para el Miercoles 7.

1) Séan μ y ν medidas de probabilidad en \mathbb{Z} . Definimos la distancia entre μ y ν , dada por la variación total, como $\|\mu - \nu\|_{TV} := \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\mu(k) - \nu(k)|$. Probar que $\|\mu - \nu\|_{TV} = 2 \sup_{A \subset \mathbb{Z}} |\mu(A) - \nu(A)|$. Sugerencia: Considerar $A = \{\mu \geq \nu\}$.

2) Probar que $\|\mu_1 * \mu_2 - \nu_1 * \nu_2\|_{TV} \leq \|\mu_1 \times \mu_2 - \nu_1 \times \nu_2\|_{TV}$, donde la convolución se define como $P * Q(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} P(n-k)Q(k)$.

3) Probar que $\|\mu_1 \times \mu_2 - \nu_1 \times \nu_2\|_{TV} \leq \|\mu_1 - \nu_1\|_{TV} + \|\mu_2 - \nu_2\|_{TV}$.

4) Probar que $\|\mu_1 * \dots * \mu_n - \nu_1 * \dots * \nu_n\|_{TV} \leq \sum_{k=1}^n \|\mu_k - \nu_k\|_{TV}$. Sugerencia. Usar inducción.