

Para el Miercoles 7.

1) Séan  $\mu$  y  $\nu$  medidas de probabilidad en  $\mathbb{Z}$ . Definimos la distancia entre  $\mu$  y  $\nu$ , dada por la variación total, como  $\|\mu - \nu\|_{TV} := \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\mu(k) - \nu(k)|$ . Probar que  $\|\mu - \nu\|_{TV} = 2 \sup_{A \subset \mathbb{Z}} |\mu(A) - \nu(A)|$ . Sugerencia: Considerar  $A = \{\mu \geq \nu\}$ .

2) Probar que  $\|\mu_1 * \mu_2 - \nu_1 * \nu_2\|_{TV} \leq \|\mu_1 \times \mu_2 - \nu_1 \times \nu_2\|_{TV}$ , donde la convolución se define como  $P * Q(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} P(n-k)Q(k)$ .

3) Probar que  $\|\mu_1 \times \mu_2 - \nu_1 \times \nu_2\|_{TV} \leq \|\mu_1 - \nu_1\|_{TV} + \|\mu_2 - \nu_2\|_{TV}$ .

4) Probar que  $\|\mu_1 * \dots * \mu_n - \nu_1 * \dots * \nu_n\|_{TV} \leq \sum_{k=1}^n \|\mu_k - \nu_k\|_{TV}$ . Sugerencia. Usar inducción.