1) Probar que $e^{-s}+e^{s}\leq 2e^{-s^2/2}$ para cualquier número real s (este hecho completa la demostración de la desigualdad de Hoeffding para martingalas con diferencias acotadas).

2) Sea $X=\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ una martingala uniformemente integrable.
a) Probar que $X_\infty(w):=\lim_n X_n(w)$ existe para casi todo $w\in\Omega$.
b) Probar que $\lim_n \|X_\infty - X_n\|_1 = 0$.
c) Probar que para toda $n\geq 0$, $E(X_\infty|\mathcal{A}_n)=X_n$.

3) Decidir razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: Si $p>1$ y $X=\{X_t\}_{t\in T}$ es un proceso estocástico en L^p (es decir, $\|X\|_p := \sup_{t\in T}\|X_t\|_p<\infty$) entonces X es uniformemte integrable.

4) Decidir razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: Si $p>1$ y $X=\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ es una martingala en L^p, entonces existe una v.a. $Y\in L^p$ tal que para toda $n\geq 0$, $E(Y|\mathcal{A}_n)=X_n$.

5) Sea B_t un movimiento browniano estandar, sea $\mathcal{A}_n:=\sigma(B_0,B_1,\ldots,B_n)$ y sea $X_n:=B_n$.
a) Decidir razonadamente si $X:=\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ es una martingala con respecto a $\{\mathcal{A}_n\}_{n=0}^{\infty}$.
b) Decidir razonadamente si $X=\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ está en L^2.
c) Decidir razonadamente si existe una $X_\infty\in L^1$ tal que $\lim_n\|X_\infty - X_n\|_1=0$.