

Para el Lunes 5.

- 1) Demostrar que el operador de Bernstein  $B_n$  en  $C[0, 1]$  fija la función constante  $1(x) = 1$ . Es decir,  $B_n 1(x) = 1$ . Comentario: esto es trivial, o bien por el origen probabilístico de  $B_n$ , o bien por la fórmula binomial.
- 2) Demostrar que el operador de Bernstein  $B_n$  en  $C[0, 1]$  fija la función  $x$ . Es decir,  $B_n x = x$ . Sugerencia: Escribir la fórmula, factorizar  $x$ , y utilizar el problema anterior.
- 3) Demostrar que si  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  es convexa, entonces  $B_n f(x) \geq f(x)$  en  $[0, 1]$ . Sugerencia: Usar la desigualdad de Jensen y el problema anterior.