Para el Miercoles 9.

1) Séan μ y ν medidas de probabilidad en $\mathbb{Z}$. Definimos la distancia entre μ y ν, dada por la variación total, como $\|\mu-\nu\|_{TV} := \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\mu(k)-\nu(k)|$. Probar que $\|\mu-\nu\|_{TV} = 2\sup_{A\subset\mathbb{Z}} |\mu(A)-\nu(A)|$. Sugerencia: Considerar $A=\{\mu\geq\nu\}$.

2) Probar que $\|\mu_1 * \mu_2 - \nu_1 * \nu_2\|_{TV} \leq \|\mu_1\times\mu_2 - \nu_1\times\nu_2\|_{TV}$, donde la convolución se define como $P*Q(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} P(n-k)Q(k)$.

3) Probar que $\|\mu_1\times\mu_2 - \nu_1\times\nu_2\|_{TV} \leq \|\mu_1-\nu_1\|_{TV} + \|\mu_2-\nu_2\|_{TV}$.

4) Probar que $\|\mu_1 * \cdots * \mu_n - \nu_1 * \cdots * \nu_n\|_{TV} \leq \sum_{k=1}^{n} \|\mu_k-\nu_k\|_{TV}$. Sugerencia. Usar inducción.