



NOMBRE, APELLIDOS Y DNI:

INSTRUCCIONES: Entregar esta hoja.

**I)** Un jugador paga un euro por participar en el siguiente juego: se tiran 3 dados equilibrados de 6 caras a la vez. Si sale (exactamente) un 6 el jugador recibe un euro, 2 si salen (exactamente) 2 seises, y 8 si salen (exactamente) 3. En los demás casos no recibe nada.

- 1) Calcular la ganancia esperada del jugador.
- 2) Dejando igual los premios cuando salen una o dos caras, determinar cuanto debería pagarse si salen tres seises para que el juego sea justo, es decir, para que la ganancia esperada sea cero.

**II)** Sean  $X$  e  $Y$  pruebas de Bernoulli independientes, las cuales toman los valores 0 y 1 con probabilidad  $p = 1/2$ .

- 1) Decidir razonadamente si  $X + Y$  y  $|X - Y|$  son incorreladas.
- 2) Decidir razonadamente si  $X + Y$  y  $|X - Y|$  son independientes.

**III)** Sean  $C > 0$ ,  $a < b$ , y sea  $X$  una v.a. con densidad  $f_X(x) := C(x - x^2)$  en  $[a, b]$ ,  $f_X(x) := 0$  en  $[a, b]^c$ .

- 1) Hallar todos los valores posibles de  $a$  y  $b$ .
- 2) Hallar  $C = C(a, b)$ , es decir, en función de  $a$  y  $b$ .
- 3) Hallar la media de  $X$ .
- 4) Hallar la varianza de  $X$ .

**IV)** Se realiza una encuesta para estimar el tanto por ciento  $p$  (probabilidad  $p$ ) del número de personas que apoyan una cierta ley.

1) Acotar inferiormente, empleando la desigualdad de Chebyshev, el número de personas que deben ser consultadas para que con probabilidad mayor que  $\frac{95}{100}$ , el porcentaje de la muestra difiera de  $p$  menos de  $\frac{1}{100}$  en los dos casos siguientes:

- a) Se sabe que  $p$  es menor que  $\frac{3}{10}$ .
- b)  $p$  es completamente desconocido.

2) Aproximar, utilizando el Teorema Central del Límite, el número mínimo de personas que deben ser consultadas para que con probabilidad mayor que  $\frac{95}{100}$ , el porcentaje de la muestra difiera de  $p$  menos de  $\frac{1}{100}$  en los dos casos siguientes:

- a) Se sabe que  $p$  es menor que  $\frac{3}{10}$ .
- b)  $p$  es completamente desconocido.