Para entregar el Lunes 22.

1) Sea S el conjunto de estados de una cadena de Markov finita con matriz de transición P, y sea $\pi = [\pi_1, \ldots, \pi_n]$ una distribución invariante. Probar que para todo $j \in \{1, \ldots, n\}$,

$$\pi_j = \sum_{i=1}^{n} \pi_i p_{ij}.$$

2) Dado un grafo finito $G = (V, A)$ con n vértices, probar que $\sum_{i=1}^{n} gr(i) = 2|A|$, donde $|A|$ denota el número de aristas, y $gr(i)$ el grado de i.

3) Consideremos el paseo aleatorio simple en un grafo finito $G = (V, A)$, donde $p_{ij} = 1/gr(i)$ si i y j son adjacentes ($x \sim y$), y $p_{ij} = 0$ si no. Calcular

$$\sum_{i=1}^{n} gr(i) p_{ij}.$$

4) Hallar una distribución invariante para la cadena del ejercicio anterior, y comprobar que lo es. Sugerencia: Utilizar los ejercicios precedentes.