Para el Jueves 8/11. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

Al escribir fórmulas, se permiten las abreviaciones razonables.

1) Buscar los cinco axiomas habituales de Peano (en segundo order, de modo que el principio de inducción matemática aparece enunciado para todas las propiedades, o equivalentemente, todos los subconjuntos de los naturales). Ojo, los naturales empiezan en 0. Leer y entender la demostración de que los naturales son el único objeto, módulo isomorfismos, que satisface los aximomas de Peano.

2) Decidir razonadamente si $\mathbb{N}[x]$ con el orden del ejemplo (2) p. 96 del libro, satisface el principio de inducción matemática. Decidir razonadamente si es un conjunto bien ordenado.

3) Usando el lenguaje $L(\underline{N})$ y los axiomas $\underline{N}$ de la página 95 del libro junto con el esquema de inducción matemática (p. 107), probar que 0 es una identidad a la izquierda, es decir probar la sentencia $\forall x(x = 0 + x)$. Usamos $\underline{n}$ como abreviación del término constante $S(S(\cdots(S(0))\cdots)$, donde S aparece n veces. Probar en $\underline{N}$ que $\underline{n} = 0 + \underline{n}$.

4) Usando el lenguaje $L(\underline{N})$ y los axiomas $\underline{N}$ de la página 95 del libro junto con el esquema de inducción matemática (p. 107), probar que $\forall x \forall y(x + y = y + x)$.