Para el Jueves 4/10/2018. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

1) Un conjunto de conectivas es completo si las demás conectivas pueden definirse en términos de las conectivas en dicho conjunto, de modo que las definiciones sean consistentes con las tablas de verdad. Demostrar que los siguientes conjuntos de conectivas son completos: $\{\neg, \vee\}$, $\{\neg, \rightarrow\}$, $\{\rightarrow, \perp\}$. Demostrar que el conjunto de conectivas $\{\vee, \wedge\}$ no es completo.

2) Comprobar que todas las instancias de los tres esquemas de axiomas en el ejercicio siguiente son tautologías.

3) El objetivo de este problema es dar una idea intuitiva de la utilidad del Teorema de Completitud 1, y más precisamente, de la parte de "suficiencia o adecuación". Consideramos el lenguaje $L = A \cup \{\neg, \rightarrow\}$ (unión disjunta), $A \neq \emptyset$, la regla de deducción modus ponens, y los esquemas de axiomas
1. $(\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi))$,
2. $((\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \tau)) \rightarrow ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \tau)))$, y
3. $(((\neg\phi) \rightarrow (\neg\psi)) \rightarrow (((\neg\phi) \rightarrow \psi) \rightarrow \phi))$.

Decidir razonadamente si es posible probar
a) $\{(\neg(\neg p))\} \vdash p$,
b) $\{p\} \vdash (\neg(\neg p))$.

En caso de respuesta afirmativa, proporcionar una demostración formal usando los esquemas anteriores (pueden usarse teoremas probados a partir de ellos).