LÓGICA | Ejercicio hecho en clase | CURSO 2017/18

NOMBRE, APELLIDOS Y DNI:

INSTRUCCION: Entregad UNICAMENTE esta hoja.

I) (10 puntos) Probar que no existe una enumeración algorímica de todas las funciones recursivas totales de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$.

Dada cualquier enumeración algorítmica de funciones recursivas totales $f_0, f_1, f_2, \ldots$ la función $g(n) := f_n(n) + 1$ es total, no está en la lista, porque $g(n) \neq f_n(n)$, y es recursiva: para calcular $g(n)$ hallamos f_n algorítmicamente, calculamos $f_n(n)$, y sumamos 1.

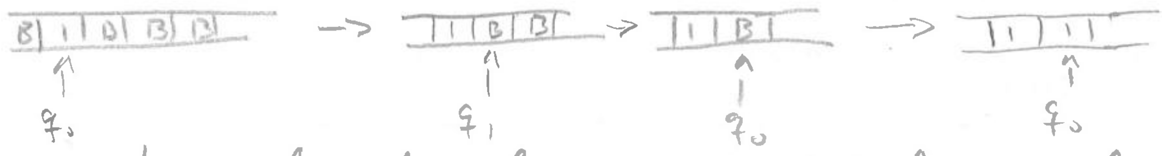
II) a) (2 puntos) Definir teoría completa.
b) (2 puntos) Enunciar el test de Vaught.
c) (6 puntos) Sea $L = \emptyset$ y sea $\Sigma = \{\sigma_n : n \geq 2, \sigma_n := \exists v_1 \cdots \exists v_n \bigwedge_{1 \leq i < j \leq n}(v_i \neq v_j)\}$. Decidir razonadamente si Σ es completa.

c) Como $L = \Phi$, no hay constantes ni funciones ni relaciones, luego la única condición que debe satisfacer un isomorfismo de L-estructuras es ser una biyección entre los universos respectivos. Como L es numerable, y los modelos de Σ son precisamente los conjuntos infinitos, todos los modelos numerables son isomorfos, luego por el test de Vaught Σ es completa.

III) (10 puntos) Dada la Máquina de Turing (MT) definida por $\{(q_0\ B\ 1\ q_0), (q_0\ 1\ D\ q_1), (q_1\ B\ B\ q_0)\}$, a) decidir razonadamente si la MT se detiene o no sabiendo que en la cinta sólo hay un 1; b) decidir razonadamente si la MT se detiene o no sabiendo que en la cinta hay dos 1's.

Por definición, al principio de la computación el cabezal está sobre el 1 más a la izquierda

a) NO SE DETIENE



luego estamos leyendo el mismo símbolo en el mismo estado que al inicio de la computación, y por tanto se repite

b) SE DETIENE. Al principio repite la computación del caso a), hasta que el cabezal lee el segundo 1 en estado q_1. Como no hay cuaterna que empiece con $(q_1\ 1 \ldots)$ la MT se para. Que los 1's estén más o menos separados sólo influye en el nº de pasos antes de detenerse.

IV) a) (2 puntos) Definir teoría recursiva.

b) (2 puntos) Definir teoría decidible.

c) (6 puntos) Sea $L = \emptyset$ y sea $\Sigma = \{\sigma_n : n \geq 2, \sigma_n := \exists v_1 \cdots \exists v_n \bigwedge_{1\leq i<j\leq n}(v_i \neq v_j)\}$. Decidir razonadamente si Σ es decidible.

c) Σ es recursiva y completa, luego es decidible (teorema visto en clase).

- Σ es recursiva; para saber si $\sigma \in \Sigma$ o no, comprobamos, empezando con $\sigma_2, \sigma_3, \ldots$ si hay alguna sentencia con la misma longitud que σ, y de haberla, si contiene exactamente los mismos símbolos.
- Σ es completa (visto en clase y en el problema 2).