Para el Jueves 19/10/2017. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

1) Con el lenguaje y los tres axiomas vistos en clase para la Teoría de los grupos (asociatividad, existencia de una identidad por la izquierda, y existencia de un inverso por la izquierda) demostrar que un inverso por la izquierda también lo es por la derecha, que cada elemento tiene un único inverso, que la identidad por la izquierda es única, y que también lo es por la derecha.

2) Sobre la equivalencia de las dos versiones de completitud, vimos en clase que partiendo de la validez se obtiene el resultado según el cual las teorías con modelos son consistentes. Demostrar la otra dirección para comprobar su equivalencia. Sugerencia, usar algún teorema visto en el parcial.

3) Vimos en clase que la afirmación "si una teoría es consistente, entonces tiene un modelo" implica suficiencia. Demostrar la otra dirección (suficiencia implica que las teorías consistentes tienen modelos) para comprobar su equivalencia.

4) En relación con la teoría $\underline{N}$ de la página 95 del libro,

1. Contemplar los axiomas $\underline{N_1} - \underline{N_7}$ y darse cuenta de que el modelo (2) de la página 96 los satisface. Probar que además satisface los axiomas $\underline{N_8}$ y $\underline{N_9}$; es decir, el conjunto de los polinomios con coeficientes en $\mathbb{N}$ es un modelo de $\underline{N}$.

2. Decidir razonadamente si puede demostrarse a partir de $\underline{N}$ que todo elemento distinto de 0 tiene un predecesor. Más precisamente, decidir si la sentencia $\forall x(x \neq 0 \to \exists y(x = Sy))$ es consecuencia de $\underline{N}$.