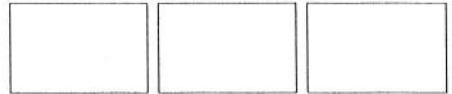


LÓGICA



Ejercicio hecho en clase

CURSO 2016/17

NOMBRE, APELLIDOS Y DNI:

INSTRUCCION: Entregad UNICAMENTE esta hoja.

I) (10 puntos) Probar que no existe una enumeración algorítmica de todas las funciones recursivas totales.

Demonstración por contradicción: Sea

$\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  dicha enumeración algorítmica. Entonces  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definida mediante  $g(n) := f_n(n) + 1$  es una función recursiva total que no aparece en la lista.

II) a) (3 puntos) Enunciar el axioma de cuantificación sobre  $\forall$ .

b) (3 puntos) Enunciar la regla de generalización sobre  $\forall$ .

c) (4 puntos) Sea  $\phi(x)$  una fbf en la que ninguna variable distinta de  $x$  aparece libre, y sea  $v$  una variable que no aparece en  $\phi(x)$ . Decidir razonadamente si  $\vdash \forall x \phi(x) \rightarrow \forall v \phi(v)$ .

a) Si  $t$  puede sustituir a  $x$  en  $\varphi$ , entonces

$$\forall x \varphi \rightarrow \varphi(t/x),$$

b) Si  $x$  no aparece libre en  $\varphi$ , de

$$\varphi \rightarrow \psi \text{ deducimos } \varphi \rightarrow \forall x \psi.$$

c) Si, como  $v$  no aparece en  $\varphi$ , puede sustituir a  $x$  en dicha fbf.

1)  $\forall x \varphi(x) \rightarrow \varphi(v/x)$  Axioma de cuantificación

2)  $\forall x \varphi(x) \rightarrow \forall v \varphi(v)$  Regla de generalización

Comentario sobre a)

$$\text{Escribir } \forall x \varphi(x) \rightarrow \varphi(t/x)$$

Restringe indebidamente el

axioma de cuantificación a fórmulas b.f.'s en las que, como mucho, hay una variable libre, la  $x$ .

Regla de generalización:  $\forall x \varphi(x)$  es una sentencia, no tiene variables libres

III) (10 puntos) En una cinta infinita denotamos el número  $n > 0$  escribiendo  $n$  unos consecutivos, mientras que el 0 lo denotamos escribiendo 0. Determinar de manera razonada qué función  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  calcula la Máquina de Turing con alfabeto  $\{B, 0, 1\}$ , definida por

$$\{(q_0 0 D q_0), (q_0 B D q_1), (q_1 B 0 q_1), (q_0 1 D q_2), (q_2 1 D q_0), (q_2 B D q_3), (q_3 B 1 q_3)\}.$$

$h = \underline{\Pi}_A$ ,  $A = \{2n+1 : n \in \mathbb{N}\} = \text{conjunto de números impares.}$

Dem: Si el input es 0, el cabezal se mueve a la derecha, lee B, se mueve a la derecha, imprime 0, y se para.

Si el input es  $2k$  "unos",  $k \geq 1$ , el cabezal se desplaza a la derecha, hasta que encuentra la primera B, lo que ocurre en el estado  $q_0$ . Como antes, el cabezal deja un espacio en blanco después del último 1, e imprime un 0 en la siguiente casilla.

Si el input es  $2k+1$  "unos",  $k \geq 0$ , la MT realiza las mismas operaciones que antes, hasta alcanzar la primera B, en estado  $q_2$ . Entonces se mueve a la derecha, y en estado  $q_3$  lee B. La máquina escribe un 1 y se para.