Para el Martes 25/10/2016. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

Asumimos genérica e informalmente la no trivialidad. Al escribir fórmulas, se permiten las abreviaciones razonables.

1) Escribir todos los axiomas de Zermelo-Fraenkel con Elección en un lenguaje de primer orden, y expresar lo que dicen en el lenguaje ordinario.

2) Buscar los axiomas de la Aritmética de Peano, entender lo que dicen, y entregarlos escritos. Probar que los números naturales son el único objeto que los satisfacen.

3) Escribir los axiomas de la Aritmética de Peano en un lenguaje de primer order. A diferencia del problema anterior, en el que sólo hay un Principio de Inducción Matemática, en este problema tenemos un esquema de axiomas, con un axioma por cada fbf ϕ.

4) Expresar "f es una función inyectiva" en un lenguaje de primer orden.

5) Expresar "f es una función sobreyectiva" en un lenguaje de primer orden.

6) Un conjunto A es finito si existen una $n \in \mathbb{N}$ y una función $f : A \to \{0, 1, \ldots n\}$ tal que f es biyectiva. Esta es una definición extrinseca, que depende de los naturales y no sólo de A. Demostrar las siguientes equivalencias:
a) A es finito.
b) Toda función inyectiva $f : A \to A$ es sobreyectiva.
c) Toda función sobreyectiva $f : A \to A$ es inyectiva.

7) Usar cuantificación sobre las funciones para probar que la noción "X es finito" puede expresarse en una lógica de segundo orden.