LÓGICA Hoja 1

Para el Lunes 19/9/2016. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

- 1) Aprenderse el lema de Zorn de memoria. Comentario: el lema de Zorn es equivalente al Axioma de Elección.
- 2) Usando los axiomas N de la página 95 del libro y las abreviaciones obvias, probar que:
- 1.  $\underline{1} + \underline{1} = \underline{2}$ .
- 2.  $1 + 1 \neq 3$ .
- 3. Contemplar los axiomas  $N_1 N_7$  y darse cuenta de que el modelo (2) de la página 96 los satisface. Probar que además satisface los axiomas  $N_8$  y  $N_9$ ; es decir, el conjunto de los polinomios con coeficientes en  $\mathbb{N}$  es un modelo de N.
- 4. Decidir razonadamente si puede demostrarse a partir de  $\underline{N}$  que todo elemento distinto de 0 tiene un predecesor. Más precisamente, decidir si la sentencia  $\forall x(x \neq 0 \rightarrow \exists y(x = Sy))$  es consecuencia de  $\underline{N}$ .
- 3) 1. Enunciar en un lenguaje de primer orden (usando los cuantificadores  $\forall$  y  $\exists$ ) los axiomas de la Teoría de los Grupos.
- 2. Decidir razonadamente si puede demostrarse a partir de los axiomas del apartado anterior la siguiente sentencia:  $\forall x \forall y (xy = yx)$ .