Para el Martes 13/10/2015. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

Asumimos genérica e informalmente la no trivialidad. Al escribir fórmulas, se permiten las abreviaciones razonables (por ejemplo, las que he usado en el primer problema).

1) Forma normal disyuntiva: una fbf está en forma normal disyuntiva si se expresa como $p_1 \vee \cdots \vee p_n$, donde $n \geq 1$, cada p_i es de la forma $q_{i,1} \wedge \cdots \wedge q_{i,n_i}$, con $n_i \geq 1$, y cada $q_{i,j}$ es o bien atómica o la negación de una fórmula atómica. Por ejemplo, si p, q, y r son átomos, entonces $\neg p$, $p \vee q$, $p \wedge q \wedge r$, y $p \vee (q \wedge r)$ están en forma normal disyuntiva, mientras que $p \wedge (q \vee r)$ no lo está. Probar que toda fbf es equivalente a una fbf en forma normal disyuntiva (las formas normales conjuntivas se definen de modo análogo, intercambiando conjunciones y disyunciones, y el resultado también es cierto para ellas).

2) Sea σ una valoración Booleana, y sea $T := \{p \in FBF(L) : \sigma(p) = 1\}$. Demostrar que T es una teoría completa.

3) Sea G un grafo infinito, tal que todos sus subgrafos finitos pueden colorearse con cuatro colores. Decidir razonadamente si G puede colorearse con cuatro colores.

4) Sea X un conjunto parcialmente ordenado. Decidir razonadamente si el orden parcial puede extenderse a un orden lineal, o total.

5) Expresar "f es una función inyectiva" en un lenguaje de primer orden.

6) Expresar "f es una función sobreyectiva" en un lenguaje de primer orden.

7) Una forma de decir que un conjunto X es finito consiste en afirmar que toda función inyectiva de X en X es sobreyectiva. Usar cuantificación sobre todas las funciones para probar que la noción "X es finito" puede expresarse en una lógica de segundo orden.

8) Expresar la definición habitual de "f es continua" en un lenguaje de primer orden (usando epsilones y deltas; interpretamos que el dominio y el rango de f son los reales, con todas sus funciones habituales, valor absoluto, suma, etc.).

9) Expresar la definición habitual de "f es uniformemente continua" en un lenguaje de primer orden (usando epsilones y deltas).

10) Buscar los axiomas de la Aritmética de Peano, entender lo que dicen, y entregarlos escritos.