Para el Lunes 28/9/2015. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

Asumimos genérica e informalmente la no trivialidad. Por ejemplo, cuando hablamos de conjuntos, lenguajes, etc., suponemos que no son vacíos (salvo que explícitamente se diga lo contrario), cuando hablamos de fórmulas $p, q, r, \ldots$ suponemos que están bien formadas, etcetera. En caso de duda, consultar con el intructor.

1) Sea σ una valoración Booleana. Expresar $\sigma(p \vee q)$ y $\sigma(p \wedge q)$ en términos de $\sigma(p)$ y $\sigma(q)$, usando la suma y el producto en $\mathbb{Z}_2$.

2) Demostrar que los siguientes conjuntos de conectivas son completos: $\{\neg, \vee\}$, $\{\neg, \wedge\}$, $\{\neg, \rightarrow\}$, $\{\rightarrow, \perp\}$.

3) Demostrar que el conjunto de conectivas $\{\vee, \wedge\}$ no es completo. Sugerencia: usar monotonía.

4) Leer con cuidado el Lema 2.1.2 p. 16, y demostrar la columna derecha de los apartados 4-7 (distributividad, absorción, De Morgan, tercero excluído).

5) Demostrar el Lema 2.1.3 p. 17.

6) Comprobar que los tres axiomas en el ejercico 1 de la hoja 2 son tautologías.

7) Comprobar que los ocho axiomas en las páginas 20-21 del libro son tautologías.

8) Reescribir los ocho axiomas en las páginas 20-21 del libro usando sólo las conectivas en $\{\neg, \rightarrow\}$, y comprobar que dichos axiomas se deducen de los tres axiomas en el ejercico 1 de la hoja 2.

9) Obtener $\vdash (p \rightarrow p)$ a partir del Lema de la Deducción.

10) Decidir razonadamente si el conjunto de conectivas $\{\neg, \leftrightarrow\}$ es completo.