Para el Jueves 17/9/2015. Se pueden entregar ejercicios individualmente o en grupo. Hacerlo en grupo no penaliza.

Asumimos genérica e informalmente la no trivialidad. Por ejemplo, cuando hablamos de conjuntos, lenguajes, etc., suponemos que no son vacíos (salvo que explícitamente se diga lo contrario), cuando hablamos de fórmulas $p, q, r, \ldots$ suponemos que están bien formadas, etcetera. En caso de duda, consultar con el intructor.

1) Con el lenguaje $L = A \cup \{\neg, \to\}$, $A \neq \emptyset$, la regla de deducción modus ponens, y los axiomas
1. $(p \to (q \to p))$,
2. $((p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r)))$, y
3. $(((\neg p) \to (\neg q)) \to (((\neg p) \to q) \to p))$,

comprobar que
a) $\vdash (p \to p)$,
b) $\vdash (((\neg p) \to p) \to p)$,
c) $\{(p \to q), (q \to r)\} \vdash (p \to r)$.

2) Demostrar la parte no trivial del lema de legibilidad única: si $(p * q)$ es una fbf, donde $*$ es una conectiva binaria, y $(p * q) = (r *' s)$, entonces $p = r$, $* = *'$, y $q = s$.

3) Un grafo es coloreable con 4 colores, si es posible asignar a todo vértice uno de los 4 colores de modo que vértices adyacentes tengan colores distintos. Sea G un grafo con vértices $\{v_\alpha : \alpha \in \Lambda\}$, y conjunto de aristas E (que podría ser vacio; las aristas son subconjuntos de G con cardinalidad 2). Sea $L = A \cup \{\neg, \vee, \wedge\}$, $A = \{v_\alpha(i) : \alpha \in \Lambda, i = 1, 2, 3, 4\}$. Interpretando $v_\alpha(i)$ como "el vértice v_α tiene color i", enunciar los axiomas de la teoría T según la cual el grafo (G, E) es coloreable con 4 colores.