

CONTRASTES DE HIPÓTESIS

1. El flamenco andino es una de las seis especies reconocidas de flamencos. Su tamaño medio es de 110 centímetros.

Se detecta una nueva colonia de flamencos andinos en un humedal y se procede a su estudio. En una muestra de 9 flamencos se obtienen los siguientes tamaños:

103 108 112 117 100 108 109 117 118

- (a) ¿Cuánto vale la mediana muestral? ¿Y los cuartiles?
- (b) Asumiendo Normalidad, ¿se puede aceptar que el tamaño medio de esta nueva colonia es también de 110 centímetros? Dar una respuesta al nivel de significación 0,05.

Para facilitar los cálculos: $\sum x_i = 992$ $\sum x_i^2 = 109664$

- (c) En el apartado anterior, ¿el p-valor es mayor o menor que 0,05? Contestar razonadamente sin calcular el p-valor.
2. Se analiza un envío de botellas sobre las que se afirma que contienen 100 cl. de agua. Examinada una muestra de 5 botellas se obtiene que la media es de 95 cl. y la cuasivarianza muestral es $s^2 = 1.1$. Al nivel de significación 5%, ¿existe evidencia empírica para afirmar que la cantidad media de agua no es de 100 cl.?
 3. Un sociólogo afirma que el 40% de los universitarios han viajado al extranjero al menos una vez. En una muestra de 100 universitarios, se observa que 36 han salido del país en alguna ocasión. Contrastar la hipótesis del sociólogo para un nivel de significación del 10%.
 4. La concentración media de dióxido de carbono en el aire a cierta altura es habitualmente de unas 355 p.p.m. (partes por millón). Se sospecha que esta concentración es mayor en la capa de aire más próxima a la superficie. Para contrastar esta hipótesis se analizó el aire en 20 puntos elegidos aleatoriamente a una misma altura cerca del suelo. Resultó una media muestral de 580 p.p.m. y una cuasi-desviación típica muestral de 180. Suponiendo normalidad para las mediciones, ¿proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística, al nivel 0.01, a favor de la hipótesis de que la concentración es mayor cerca del suelo? Indicar razonadamente si el p-valor es mayor o menor que 0.01.
 5. Un fabricante de materiales para insonorización produce dos tipos A y B. De los 1000 primeros lotes vendidos, 560 fueron del tipo A. ¿Proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística (al nivel de significación 0.01) para concluir que los consumidores prefieren mayoritariamente el tipo A?
 6. Se tienen dos métodos, A y B, para determinar el calor latente de fusión del hielo. La siguiente tabla da los resultados obtenidos (en calorías por gramo de masa para pasar de -0.72°C a 0°C) utilizando ambos métodos independientemente:

Método A	79.98	80.04	80.02	80.04	80.03	80.03	80.04	79.97	80.05	80.03	80.02	80.00	80.02
Método B	80.02	79.94	79.98	79.97	79.97	80.03	79.95	79.97					

Asumiendo Normalidad e igualdad de varianzas, ¿existen diferencias significativas entre los resultados medios proporcionados por los dos métodos (a un nivel de significación del 10%)?

7. El maíz es un alimento importante para los animales. De todas formas, este alimento carece de algunos aminoácidos que son esenciales. Un grupo de científicos desarrolló una nueva variedad que sí contenía niveles apreciables de dichos aminoácidos. Para comprobar la utilidad de esta nueva variedad para la alimentación animal se llevó a cabo el siguiente experimento: a un grupo de 20 pollos de 1 día se les suministró un pienso que contenía harina de maíz de la nueva variedad. A otro grupo de 20 pollos (grupo de control) se le alimentó con un pienso que sólo se diferenciaba del anterior en que no contenía harina de la variedad mejorada de maíz. Los resultados que se obtuvieron sobre las ganancias de peso de los pollos (en gramos) al cabo de 21 días de alimentación fueron los siguientes:

- *Variedad normal*

380 321 366 356 283 349 402 462 356 410 329 399 350 384 316 272 345 455 360 431

- *Variedad mejorada*

361 447 401 375 434 403 393 426 406 318 467 407 427 420 477 392 430 339 410 326

a) Asumiendo Normalidad e igualdad de varianzas, ¿se puede considerar que hay suficiente evidencia estadística para afirmar que la ganancia media de peso es mayor con la variedad mejorada? Dar una respuesta con un nivel de significación 0,10.

b) ¿Era razonable aceptar la hipótesis de igualdad de varianzas? Dar una respuesta con un nivel de significación 0,10.

8. Se desea comparar la proporción de viviendas con calefacción en Extremadura y en Galicia. Se hace un muestreo en las dos comunidades con los siguientes resultados:

Extremadura: De 500 viviendas elegidas al azar, 300 disponen de calefacción.

Galicia: De 1000 viviendas elegidas al azar, 680 disponen de calefacción.

¿Hay suficiente evidencia estadística para concluir, con un nivel de significación del 5%, que es menor la proporción de viviendas con calefacción en Extremadura que en Galicia?

9. Se están estudiando dos colonias de ñúes azules, una que vive en un parque de Tanzania, y otra que vive en un parque de Kenia. Parece que la altura en Tanzania es mayor que la altura en Kenia. Se estudia una muestra de 10 ñúes en Tanzania, obteniéndose una altura media muestral de 130 cm con una cuasi-varianza muestral de 80, y otra muestra de 15 ñúes en Kenia, obteniéndose una altura media muestral de 124 cm con una cuasi-varianza muestral de 75. Asumiendo Normalidad para las alturas en las dos colonias, se pide:

(a) Con un nivel de significación de 0.10, ¿podemos aceptar igualdad de varianzas de las alturas en las dos colonias?

(b) ¿Disponemos de suficiente evidencia muestral para asegurar que la altura media en Tanzania es mayor que en Kenia (al nivel de significación 0.10)?

10. Se quiere comparar el tamaño medio de dos especies de flamencos: el andino y el chileno.

Tenemos, por un lado, una muestra de 15 flamencos andinos. Su media muestral es de 108 cm y su cuasi-desviación típica de 10.

Por otro lado, tenemos un muestra de 15 flamencos chilenos con una media muestral de 115 cm y una cuasi-desviación típica de 12.

Asumiremos Normalidad en ambas especies.

(a) Con un nivel de significación del 10%, ¿podemos aceptar igualdad de varianzas en las dos especies?

(b) Con un nivel de significación del 10%, ¿tenemos suficiente evidencia estadística para concluir que los flamencos andinos son más pequeños que los chilenos?

11. Nueve personas participan en el estudio de un producto que intenta reducir el apetito (clorofenilpiperacina). Cada uno de ellos recibe este producto durante 2 semanas y placebo durante otras 2 semanas (naturalmente, el orden de los períodos de 2 semanas es aleatorio y ellos no lo conocen). Al final de cada período, se les pide que expresen su sensación de hambre (en una escala del 0 al 150). Los resultados son los siguientes:

Individuo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Después del producto	79	48	52	15	61	107	77	54	5
Después del placebo	78	54	142	25	101	99	94	107	64

(a) Asumiendo Normalidad, ¿podemos afirmar, al nivel de significación del 5%, que la sensación media de hambre con el producto es menor que con el placebo?

(b) El p-valor, ¿es mayor o menor que 0,05?

12. Con el objeto de estudiar la efectividad de un agente diurético, se eligieron al azar 11 pacientes, aplicando a 6 de ellos dicho fármaco y un placebo a los restantes. La variable observada en esta experiencia fue la concentración de sodio en la orina a las 24 horas, la cual dio los resultados siguientes:

Diurético	20.4	62.5	61.3	44.2	11.1	23.7
Placebo	1.2	6.9	38.7	20.4	17.2	

Se supone que las concentraciones de sodio, en ambos casos, tienen una distribución $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma)$ y $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma)$ respectivamente. Contrasta, a un nivel de significación del 5%, si existe diferencia en el efecto medio al usar el agente diurético.

13. Se recomienda que una persona mayor de 50 años consuma 15 mg de zinc al día en su dieta. En un informe sobre los hábitos alimentarios de una muestra de 100 individuos mayores de 50 años se señala que éstos consumieron una media de 11,3 mg de zinc diarios. La cuasidesviación típica muestral correspondiente a estos datos fue de 6,43. Se supone que los datos siguen una distribución normal.

(a) ¿Permiten estos datos concluir (al nivel de significación del 5%) que la ingesta media de zinc en la población de esa edad es inferior a la recomendada?

(b) Calcula un intervalo de confianza de nivel 95% para la varianza poblacional de la ingesta diaria de zinc.

14. Se lleva a cabo un estudio morfométrico de cráneos de lobos de las Montañas Rocosas y de lobos árticos. Concretamente, medimos la anchura de la caja craneal de 16 lobos árticos y de 9 lobos de las Rocosas, y los resultados muestrales (expresados en centímetros) aparecen en la siguiente tabla:

	Número de datos	Media	Cuasidesviación típica
Lobos árticos	16	39,98	2,6883
Lobos de las Rocosas	9	42,61	2,1310

Asumiendo Normalidad e igualdad de varianzas cuando sea necesario:

(a) Calcula un intervalo de confianza para la media de la anchura de la caja craneal de los lobos de las Montañas Rocosas (con nivel de confianza 0,95).

(b) ¿Proporcionan estos datos suficiente evidencia estadística (al nivel de significación 0,05) para concluir que los lobos de las Montañas Rocosas tienen una mayor anchura craneal que los lobos árticos, por término medio?

15. Se están comparando los jabalíes de Soria con los de Cáceres. Los de Soria parecen un poco más grandes. Se estudia una muestra de 16 jabalíes de Soria, y da un peso medio muestral de 98 Kg y una cuasi-varianza muestral de 130. También se estudia una muestra de 9 jabalíes de Cáceres, obteniéndose un peso medio muestral de 91 Kg y una cuasi-varianza muestral de 90. Asumimos normalidad para los pesos en las dos poblaciones de jabalíes.

(a) Con un nivel de significación de 0'10, ¿podemos aceptar igualdad de varianzas de los pesos en las dos poblaciones?

(b) ¿Disponemos de suficiente evidencia muestral para asegurar (al nivel de significación 0'10) que el peso medio en Soria es mayor que en Cáceres?

16. La existencia de trazas de metales en el agua afecta a su sabor y, si las concentraciones son altas, puede afectar a la salud. En un estudio se seleccionaron seis localizaciones en un río y, para cada localización, se determinó la concentración de zinc en el agua de la superficie y en el agua del fondo (en mg/l). Los resultados fueron los siguientes:

Localización	1	2	3	4	5	6
Concentración en el fondo (y)	0,43	0,27	0,57	0,53	0,71	0,72
Concentración en la superficie (x)	0,41	0,24	0,39	0,41	0,60	0,61

Con el fin de facilitar los cálculos, se recomienda trabajar con los siguientes resúmenes

$$\sum_{i=1}^n x_i = 2,66 \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1,278 \quad \sum_{i=1}^n y_i = 3,23 \quad \sum_{i=1}^n y_i^2 = 1,886 \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i = 1,546$$

y se recomienda mantener tres cifras decimales en los cálculos, para evitar problemas con los redondeos.

- (a) Calcula la recta de mínimos cuadrados que resulta útil para predecir la concentración de zinc en el fondo a partir de la concentración en la superficie.
- (b) Evalúa el grado de ajuste de la recta a los datos. Si la concentración de zinc en la superficie es de 0,50 mg/l, ¿cuál sería la concentración de zinc predicha en el fondo en esa misma localización?
- (c) Asumiendo Normalidad, ¿existe evidencia empírica para afirmar, con un nivel de significación $\alpha = 0,05$, que la concentración media de zinc en el fondo es diferente a la concentración media en la superficie?
17. El contenido medio habitual de arsénico en un Parque Nacional es de 9 p.p.m. Se cree que últimamente este contenido medio ha podido aumentar. Para estudiar esta posible contaminación, se toma una muestra del contenido de arsénico en 20 puntos diferentes del Parque, resultando una media muestral de 10 p.p.m. , y una cuasi-varianza muestral de 2,1.
- ¿Los datos son lo suficientemente concluyentes como para poder afirmar que, efectivamente, ha habido una contaminación, es decir, que el contenido medio en la actualidad es superior al habitual de 9 p.p.m.? Dar una respuesta, al nivel de significación 0,05, asumiendo Normalidad en los datos.
- ¿El p-valor de estos datos es superior o inferior a 0,05? Dar una respuesta razonada sin hacer cálculos adicionales.
18. Se desea estudiar la efectividad de un insecticida ecológico contra los áfidos en la cosecha de patatas. Para esto, por un lado se tratan 40 plantas con el insecticida, obteniéndose una media de 15 áfidos por planta con una cuasi-varianza de 9,1. Por otro lado, tenemos un grupo de control de 30 plantas que no reciben tratamiento, obteniéndose una media de 18,3 áfidos por planta con una cuasi-varianza de 10,5.
- a) Asumiendo Normalidad e igualdad de varianzas, ¿podemos concluir que el insecticida es eficaz? Es decir, ¿podemos concluir que el número medio de áfidos por planta es menor cuando se utiliza el insecticida ecológico? Dar una respuesta razonada con un nivel de significación de 0,10.
- b) ¿Era aceptable asumir la igualdad de varianzas? Dar una respuesta razonada con un nivel de significación de 0,10.
19. En otro lugar, se lleva a cabo otro estudio diferente con el insecticida ecológico del ejercicio anterior. En este nuevo estudio, queremos comparar proporciones de plantas afectadas.
- Por un lado, se tratan 100 plantas con el insecticida y se comprueba que 10 de ellas tienen áfidos. Por otro lado, se tiene un grupo de control de otras 100 plantas diferentes que no reciben tratamiento y se comprueba que 15 de ellas tienen áfidos.
- ¿Podemos concluir, al nivel de significación 0,05, que la proporción de plantas con áfidos es menor cuando son tratadas con el insecticida?
20. La producción de trigo (en Tm/Ha) que se obtiene un año en 5 parcelas es la siguiente:

11,04 15,13 9,04 20,60 31,26

Se quiere estudiar la efectividad de un nuevo fertilizante. Para esto, se observa la producción de trigo que se obtiene al año siguiente, usando el nuevo fertilizante. Los resultados en las mismas 5 parcelas son los siguientes:

12,08 17,28 10,82 18,90 32,03

¿Podemos afirmar que el nuevo fertilizante aumenta la producción media? Responder razonadamente, al nivel de significación 0,01.

21. El nivel cerámico de un lugar es el número de días al cabo del año en los que hay tormenta (se considera día con tormenta a aquel en el que al menos se oye un trueno). En cierta comarca, se conoce por datos históricos que el nivel cerámico sigue una distribución de Poisson con una media (λ) de 20 días.

Sin embargo, se piensa que últimamente su nivel cerámico ha aumentado, como consecuencia del cambio climático. En un seguimiento de los últimos 50 años, se ha obtenido que el número medio de días al año con tormenta ha sido de 22. ¿Se puede afirmar que efectivamente se ha producido un aumento del nivel cerámico? Dar una respuesta razonada, al nivel de significación del 5%.