

INTERVALOS DE CONFIANZA

1. En 1778, Henry Cavendish realizó mediciones de la densidad terrestre (mediante un experimento con una balanza de torsión) obteniendo los siguientes resultados:

5.50	5.61	4.88	5.07	5.26	5.55	5.36	5.29	5.58	5.65
5.57	5.53	5.62	5.29	5.44	5.34	5.79	5.10	5.27	5.39
5.42	4.47	5.63	5.34	5.46	5.30	5.75	5.68	5.85	

- a) Asumiendo Normalidad, obtener un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la media.
 - b) ¿Cuántas observaciones habría necesitado para estimar la media con un error inferior a 0.04, al nivel de confianza 0.95?
2. En una explotación minera, las rocas excavadas se someten a un análisis químico para determinar su contenido porcentual de cadmio. Se puede suponer que este contenido es una variable con distribución normal de media μ y varianza σ^2 . Después de analizar 25 rocas se obtiene un contenido porcentual medio de 9.77 con una cuasidesviación típica de 3.164.
 - (a) Construye un intervalo de confianza de nivel 95% para el contenido porcentual medio de cadmio en la mina.
 - (b) Construye un intervalo de confianza de nivel 95% para σ^2 .
 3. Las toxinas producidas por cianobacterias (microorganismos procariotas capaces de realizar fotosíntesis oxigénica) en los embalses han sido reconocidas como un problema de salud (Chorus & Bartram, 2002); por ello, la nueva legislación europea sobre aguas de baño incluye el seguimiento y control de estas bacterias en los embalses.
 - (a) De 33 embalses muestreados en España, 17 presentan una gran abundancia de cianobacterias, frente a 16 que no presentan una cantidad preocupante. A partir de estos datos, dar un intervalo de confianza para estimar la proporción de embalses españoles con una gran abundancia de cianobacterias (con un nivel de confianza del 90%).
 - (b) ¿Cuántos embalses habría que muestrear para que el error en la estimación de esa proporción quede por debajo de 0,04?
 4. Un equipo de investigadores quiere estimar la proporción p de vacas que sufren el mal de las vacas locas en una gran explotación ganadera, mediante un intervalo con un error máximo de 0.015 y nivel de confianza 0.95. ¿A cuántas vacas deben analizar para alcanzar aproximadamente este objetivo, sabiendo que en un pequeño sondeo orientativo (muestra piloto) resultó que el 15% de las vacas estaban afectadas por la enfermedad?
 5. El maíz es un alimento importante para los animales. De todas formas, este alimento carece de algunos aminoácidos que son esenciales. Un grupo de científicos desarrolló una nueva variedad que sí contenía niveles apreciables de dichos aminoácidos. Para comprobar la utilidad de esta nueva variedad para la alimentación animal se llevó a cabo el siguiente experimento: a un grupo de 20 pollos de 1 día se les suministró un pienso que contenía harina de maíz de la nueva variedad. A otro grupo de 20 pollos (grupo de control) se le alimentó con un pienso que sólo se diferenciaba del anterior en que no contenía harina de la variedad mejorada de maíz. Los resultados que se obtuvieron sobre las ganancias de peso de los pollos (en gramos) al cabo de 21 días de alimentación fueron los siguientes:

- *Variedad normal*

380 321 366 356 283 349 402 462 356 410 329 399 350 384 316 272 345 455 360 431

- *Variedad mejorada*

361 447 401 375 434 403 393 426 406 318 467 407 427 420 477 392 430 339 410 326

Asumiendo normalidad e igualdad de varianzas, obtener un intervalo de confianza (al 95%) para estimar la diferencia entre las ganancias medias de peso con las dos variedades de pienso.

6. Se desea estimar la proporción p de ánales en la población de un parque natural que presenta altos niveles de contaminación por metales pesados. Para ello se realiza un sondeo preliminar con 50 ejemplares, de los cuales 9 resultaron tener altos niveles de contaminación.
- Construir un intervalo de confianza, de nivel 0.95, para p a partir de los resultados.
 - ¿Qué tamaño muestral debería utilizarse en un nuevo sondeo para estimar p con un error máximo del 2.5% y un nivel de confianza del 0.92?
7. Una empresa de metalurgia está interesada en la temperatura media que alcanza cierta máquina utilizada en el proceso de fabricación. Para su estimación se obtienen 6 mediciones en grados centígrados:
- 41,60 41,84 42,34 41,95 41,86 42,18
- Asumiendo Normalidad, se pide:
- Obtener el intervalo de confianza al 95% para la temperatura media, suponiendo que $\sigma = 0,30$.
 - Deducir el tamaño muestral necesario para conseguir un intervalo de confianza al 95% con una longitud menor o igual que 0,1 grados.
 - Obtener el intervalo de confianza al 95% para la temperatura media, suponiendo que desconocemos el valor de σ .
8. Un estudio sobre cicatrización en tritones dió los siguientes resultados (velocidad de cicatrización en $\mu m/h$)
- 25 13 44 45 57 42 50 36 35 38 43 31 26 48
- Información resumida: $\sum x_i = 533$ $\sum x_i^2 = 22023$
- Asumiendo Normalidad, calcula un intervalo de confianza del 95% para la media de la velocidad de cicatrización.
 - ¿Cuántos tritones habría que muestrear para estimar la media con una confianza del 95% y un error inferior a 2 unidades.
 - Representa los datos por medio de un diagrama de tallo y hojas y por medio de un diagrama de cajas. ¿Qué puedes decir sobre la hipótesis de Normalidad?
9. La envergadura (en cm) del cóndor de California (X) en su edad adulta es modelizada con una distribución Normal. En una muestra de 5 cóndores adultos se obtiene que $\sum x_i = 1350$ y $\sum x_i^2 = 365150$.
- Obtener un intervalo de confianza para estimar la envergadura media de toda la población, con una confianza del 90%.
 - ¿Cuántos cóndores sería necesario observar para poder estimar la envergadura media con la misma confianza y un error inferior a 5 cm?
10. Se admite que el número de microorganismos en una muestra de 1 mm cúbico de agua de un río sigue una distribución de Poisson de parámetro λ . En 40 muestras se han detectado, en total, 833 microorganismos. Calcula un estimador puntual y un intervalo de confianza al 90% para λ .
11. Nueve personas participan en el estudio de un producto que intenta reducir el apetito (clorofenilpiperacina). Cada uno de ellos recibe este producto durante 2 semanas y placebo durante otras 2 semanas (naturalmente, el orden de los períodos de 2 semanas es aleatorio y ellos no lo conocen). Al final de cada período, se les pide que expresen su sensación de hambre (en una escala del 0 al 150). Los resultados son los siguientes:

Individuo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Después del producto	79	48	52	15	61	107	77	54	5
Después del placebo	78	54	142	25	101	99	94	107	64

- Hallar un intervalo de confianza al 95% para la diferencia de las sensaciones medias de hambre con el producto y con placebo (asumir Normalidad).
- Lo mismo, pero trabajando (equivocadamente) con las muestras como si fueran independientes (asumir Normalidad e igualdad de varianzas).

12. En una población se está estudiando la proporción p de individuos alérgicos al polen de las acacias. En 200 individuos tomados al azar se observaron 8 alérgicos. Calcula un intervalo de confianza para p con un nivel de confianza de 0.95. ¿Cuántos individuos necesitaríamos observar para estimar esa proporción con un error inferior al 1%, al nivel de confianza 0.95?
13. La producción de trigo (en Tm/Ha) por parcela en cierta región sigue una distribución Normal. Se escogen 8 parcelas al azar y se obtienen las siguientes producciones:

11,04 11,13 9,04 10,60 11,26 8,78 9,51 10,78.

Indicación: $\sum x_i = 82,14$, $\sum x_i^2 = 850,3646$.

- a) Hallar un intervalo de confianza del 99% para la media de la producción por parcela.
- b) ¿Cuál debe ser el número de parcelas observadas para estimar la media con un error menor que 0.3 y un nivel de confianza del 99%?