

ESTADÍSTICA
2º curso de Biología
Curso 2013-2014

ESTIMACIÓN PUNTUAL

1. Dada una muestra aleatoria de tamaño n de una variable X , calcular el estimador de máxima verosimilitud y el del método de los momentos, en los siguientes casos:
 - a) $X \sim$ Bernoulli de parámetro p .
 - b) $X \sim$ Poisson (λ).
 - c) $X \sim$ Exponencial (λ); es decir, $f_\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, para $x > 0$ ($\lambda > 0$).
 - d) $X \sim N(\mu, \sigma)$.
2. La proporción de genes dañados en un tejido celular tras una sesión de radiación es una variable aleatoria continua con función de densidad $f(x) = \theta x^{\theta-1}$, para valores de $x \in [0, 1]$, siendo $\theta > 0$ un parámetro desconocido que depende del tipo de tejido.
 - (a) Dada una muestra aleatoria (X_1, \dots, X_n) de X , calcúlese el estimador de θ por el método de los momentos.
 - (b) Tras analizar una muestra de 3 tejidos celulares, se obtuvieron los valores 0,10 , 0,15 y 0,25. ¿Cuál es el valor concreto de la estimación de θ con estos datos?
3. A pesar de que la mayoría de las encuestas se llevan a cabo de forma anónima, los encuestados pueden presentar reservas al contestar a ciertas preguntas comprometidas. En estos casos, se suele recurrir al *método de respuesta aleatorizada*. Por ejemplo, se dan las siguientes instrucciones para rellenar una encuesta sobre evasión fiscal:

Tire un dado.

Si el resultado es 1 ó 2, conteste A en el caso de que usted haya cometido voluntariamente irregularidades en su declaración de la renta y B si no las ha cometido.

Si el resultado es 3, 4, 5 ó 6, conteste A si *no* ha cometido irregularidades y B si *sí* las ha cometido.

De 100 encuestados, 64 contestaron A. ¿Qué estimación puede darse del porcentaje de contribuyentes que ha cometido irregularidades voluntariamente?
4. Para estudiar la proporción p de caballos afectados por la peste equina se les va a someter a una prueba. Se sabe que la prueba resulta positiva si el animal está enfermo. Además, si el animal está sano, hay una probabilidad 0.04 de que la prueba resulte positiva.
 - a) Estudia la relación entre la probabilidad p de que un caballo esté enfermo y la probabilidad q de que la prueba resulte positiva.
 - b) Si se realizó la prueba a 500 caballos y resultó positiva en 95 casos, ¿cuál es el estimador de máxima verosimilitud de q ? A partir del resultado del apartado (a), calcula una estimación de p .
5. Un test para detectar si el agua presenta cierto tipo de contaminación resulta positivo con probabilidad 0.99 si el agua está realmente contaminada (*sensibilidad del test*). Si el agua no está contaminada, resulta negativo con probabilidad 0.97 (*especificidad del test*). La sensibilidad y la especificidad se conocen debido a que se tiene mucha experiencia en el uso de la prueba.
 - (a) ¿Qué relación existe entre la probabilidad de que el test dé positivo y la de que el agua esté contaminada?
 - (b) Se aplica el test a muestras de agua de 15 lagos y resulta positivo en 2 de las muestras. Utiliza la relación del apartado (a) para estimar el porcentaje de lagos contaminados.
6. En una gran piscifactoría hay una proporción desconocida, p , de un tipo de truchas. Para obtener información sobre esa proporción vamos a ir sacando peces al azar.
 - a) Si vamos sacando peces del agua al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la primera trucha de ese tipo la obtengamos en la décima extracción?

b) Tres personas realizan, independientemente unas de otras, el proceso de sacar peces del agua al azar:

La primera persona obtiene la primera trucha de ese tipo en la décima extracción.

La segunda persona obtiene la primera trucha de ese tipo en la decimoquinta extracción.

La tercera persona obtiene la primera trucha de ese tipo en la decimoctava extracción.

Escribir la función de verosimilitud y obtener la estimación de máxima verosimilitud de p .

7. Unos laboratorios desarrollan una prueba sencilla para detectar la *gripe del pollo*. La prueba tiene una fiabilidad muy aceptable: proporciona un 4% de falsos positivos (prueba positiva cuando el pollo está sano) y un 0% de falsos negativos (prueba negativa cuando el pollo está enfermo).

En una granja avícola, se detecta un brote de *gripe del pollo*. Mediante la utilización de la prueba sencilla que se ha descrito anteriormente, se quiere estimar la incidencia de la enfermedad en esa granja. Para esto, se seleccionan al azar 100 pollos, se les efectúa la prueba y se obtienen 20 casos positivos. Estimar la proporción de pollos enfermos en la granja, explicando todo el proceso seguido.