ESTADÍSTICA
2º curso de Biología
Curso 2013-2014

MODELOS DE PROBABILIDAD

1. Angel y Benito tienen sendas barajas españolas (40 cartas). Cada uno saca de su baraja una carta al azar (es decir, con iguales probabilidades, e independientemente). Hallar:

   a) La probabilidad de obtener al menos un as.

   b) La probabilidad de obtener dos cartas del mismo palo.

   c) La probabilidad de no obtener ningún as.

   d) La probabilidad de no obtener ni una copa ni una espada.

2. Tenemos un dado equilibrado con 4 caras (numeradas del 1 al 4), y denotamos mediante X_i el resultado del lanzamiento i-ésimo. Determinar cuales de los siguientes conjuntos son independientes (dos a dos): $A_i = \{X_1 = i\}$, $B_i = \{X_2 = i\}$, $A = \max\{X_1, X_2 = 3\}$, $B = \min\{X_1, X_2 = 2\}$, $C = \{X_1 \leq X_2\}$, $D = \{X_1 + X_2 = 5\}$.

3. Disponemos de dos urnas, U_1, que contiene 6 bolas azules y 8 bolas blancas, y U_2, que contiene 3 bolas azules y 9 bolas blancas. Se sortea con un dado equilibrado de 6 caras la elección de una urna, escogiendose U_1 si salen $1, 2, 3$ o 4, y U_2 en caso contrario. Posteriormente se extrae al azar una bola de esa urna. ¿Cual es la probabilidad de que la bola extraida sea azul? Si la bola extraida resulta ser blanca ¿cual es la probabilidad de que proceda de la urna U_1 ?

4. El "tiempo de vida activa (en días)" de un plaguicida, X, viene representado por la función de densidad:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{500} e^{-\frac{x}{500}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$
   Comprobar que la función dada es una densidad (como $f \geq 0$, basta comprobar que su integral es 1). Calcular la mediana del tiempo de vida activa. ¿Cuál es su significado?

5. La variable aleatoria X="Tiempo transcurrido (en horas) hasta el fallo de una pieza" tiene función de densidad
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{15000}\ e^{-\ \frac{x}{15000}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$
   a) Calcular el tiempo medio transcurrido hasta el fallo.

   b) Calcular el porcentaje de piezas que duran entre 10000 y 15000 horas.

6. Suponiendo que la probabilidad de que un niño que nace sea varón es 0,50, hallar la probabilidad de que una familia de 6 hijos tenga

   a) por lo menos una niña,

   b) por lo menos un niño,

   c) por lo menos dos niños y una niña.

   Decidir razonadamente si los eventos descritos en a) y b) son independientes.

7. Una compañía de seguros con 10000 asegurados halla que el 0,005% de la población fallece cada año de un cierto tipo de accidente.

   a) Hallar la probabilidad de que la compañía tenga que pagar a más de tres asegurados, por dicho accidente, en un año determinado.

   b) ¿Cuál es el número medio de accidentes por año?

8. La probabilidad de que un individuo tenga una reacción alérgica al inyectarle un suero es 0,001. Hallar la probabilidad de que en 2000 individuos tengan reacción alérgica

   a) exactamente tres,

   b) más de 2.

9. Se considera que la variable aleatoria "Kg. de algodón recogidos por parcela" sigue una distribución $N(\mu = 100; \sigma = 10)$.

   Hallar el porcentaje de parcelas en las que el número de Kg. recogidos será inferior a 115.

10. En 1969 se descubrió que los faisanes de Montana (Estados Unidos) padecían una apreciable contaminación por mercurio debida a que habían comido semillas tratadas para su crecimiento con metilo de mercurio. Se sabe que el nivel de mercurio (medido en ppm) de un faisán seleccionado aleatoriamente en la población es una variable aleatoria con distribución $N(\mu = 0,25; \sigma = 0,10)$.

    (a) Calcula la probabilidad de que, al seleccionar aleatoriamente un faisán de la población, su nivel de mercurio supere 0,30 ppm.

    (b) Si se seleccionan aleatoria e independientemente 100 faisanes, clacula la probabilidad de que al menos 45 de ellos tengan un nivel de mercurio superior a 0,25 ppm.

    (c) Si se seleccionan aleatoria e independientemente cuatro faisanes, calcula la probabilidad de que su nivel medio de mercurio sea superior a 0,30 ppm.

11. Un zoólogo estudia una cierta especie de ratones de campo. Para ello captura ejemplares de una población grande en la que la proporción de dicha especie es p.

    a) Si $p = 0,30$, hallar la probabilidad de que en 6 ejemplares capturados haya al menos 2 de los que le interesan.

    b) Si $p = 0,03$, calcular la probabilidad de que en 200 haya exactamente 3 de los que le interesan.

    c) Si $p = 0,40$, calcular la probabilidad de que en 200 haya entre 75 y 110 de los que le interesan.

12. Se sabe que el nivel de tensión sanguínea diastólica (en mmHg) en una población es una variable con distribución normal de media $\mu = 87$ y desviación típica $\sigma = 7.5$. Un individuo se clasifica como *hipertenso* si su presión es mayor de 90 mmHg.

    (a) Calcula la probabilidad de que un individuo seleccionado al azar en esta población sea *hipertenso*.

    (b) Si se seleccionan aleatoriamente 100 individuos de la población, calcula la probabilidad aproximada de que entre ellos haya más de 40 *hipertensos*.

    (c) Calcula el valor aproximado del primer cuartil de la población, es decir, el valor Q_1 tal que la tensión sanguínea del 25% de los individuos de la población es menor que Q_1.

    (d) Si se seleccionan aleatoriamente 9 individuos de la población, calcula la probabilidad de que su tensión media sea superior a 90 mmHg.

13. La capacidad de enrollar la lengua está controlada por una pareja de genes: el gen E que determina su enrollamiento y el gen e que lo impide. El gen E es dominante, de modo que una persona Ee será capaz de enrollar la lengua.

    En una ciudad grande se sabe que aproximadamente el 40% no puede enrollar la lengua y el 60% si puede.

    Si elegimos 200 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que más de 70 no puedan enrollar su lengua?

14. En una granja dedicada a la helicicultura se crían dos tipos de caracoles: el común y el romano. La velocidad (en metros por hora) del caracol común de jardín (*Helix aspersa*) sigue una distribución $N(\mu = 50;\ \sigma = 5)$. La velocidad (en metros por hora) del caracol romano (*Helix pomatia*) sigue una distribución $N(\mu = 42;\ \sigma = 5)$.

    (a) Calcular el porcentaje de caracoles comunes de jardín que recorren menos de 60 metros en un hora.

    (b) Calcular la probabilidad de que un caracol de jardín elegido al azar recorra menos espacio en una hora que un caracol romano.

15. Se sabe que los niveles de triglicéridos (en mg/dL) en una población, tanto para los hombres como para las mujeres, tienen distribución normal. Para los hombres la distribución es $N(\mu = 100; \sigma = 30)$, y para las mujeres la distribución es $N(\mu = 90; \sigma = 25)$.

(a) Seleccionando un hombre al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su nivel de triglicéridos sea inferior a 130 mg/dL?

(b) Si se seleccionan aleatoria e independientemente un hombre y una mujer, ¿cuál es la probabilidad de que el nivel de triglicéridos de la mujer sea superior al del hombre?

16. Una línea eléctrica se avería cuando la tensión sobrepasa la capacidad de la línea. Si la tensión es $N(100;\ 20)$ y la capacidad es $N(140;\ 10)$, calcular la probabilidad de avería.

17. Una máquina de envasado llena sacos de fertilizante de aproximadamente 30 Kg. La "cantidad de fertilizante por saco" sigue una distribución $N(\mu = 30; \sigma = 1)$.

    a) Se desea que la cantidad de fertilizante por saco esté entre 29 y 31 Kg. Calcular la probabilidad de que esté dentro de esos límites.

    b) Una empresa realiza un pedido de 80 de estos sacos de fertilizante. Calcular la probabilidad de que más de 50 estén dentro de los límites indicados.