ÁLGEBRA II

Hoja 9. Movimientos en el espacio afín euclídeo

1. Encuentra la expresión analítica de las siguientes aplicaciones afines de $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$:

a) Giro de centro $(1,1)$ y ángulo $\pi/2$;

b) Proyección ortogonal sobre la recta de ecuación $x+y=1$;

c) Simetría ortogonal respecto a la recta $x+y=1$;

d) Composición del giro en el apartado (a) con la simetría del apartado (c) (es decir, primero se aplica el giro, y a continuación, la simetría).

e) La simetría deslizante de eje paralelo a la recta $2x+y=3$ y que transforma $(2,1)$ en $(1,0)$.

f) El giro de ángulo $\pi/3$ que lleva $(2,1)$ en $(1,0)$.

2. Clasifica las siguientes isometrías del plano afín real indicando sus elementos geométricos. En todos ellos se supone que la expresión en coordenadas de la afinidad viene dada respecto a un sistema de referencia ortonornal $\mathcal{R}$ de $\mathbb{A}^2_{\mathbb{R}}$:

a) $\begin{cases} x' = -2 + \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \\ y' = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y. \end{cases}$.

3. Encuentra la expresión analítica de las siguientes isometrías de $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$:

a) La simetría respecto al plano $3x-y+2z=1$;

b) El movimiento helicoidal respecto al eje $(0,0,0)+\langle(1,-1,0)\rangle$ con ángulo π y vector de traslación $(2,-2,0)$.

4. Clasifica los siguientes movimientos del espacio afín real indicando en cada caso sus elementos geométricos. En todos ellos se supone que la expresión en coordenadas de la afinidad viene dada respecto a un sistema de referencia ortonornal $\mathcal{R}$ de $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$:

a) $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \dfrac{1}{9}\begin{pmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$;

b) $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.