Instrucciones:
Resuelve, razonadamente, lo que se indica para el día de la semana que te toca y con la misma paridad que la suma de los dígitos de tu DNI.
Deberás entregar lo hecho al finalizar la hora de clase, indicando tu nombre y DNI.

1. Determina, para cada una de las siguientes aplicaciones, si es lineal o no:

- $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad , \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \sqrt[3]{x^3+y^3}.$
- $\mathrm{M}_{2\times 2} \to \mathrm{M}_{2\times 2} \quad , \quad A \longmapsto A^t + 2A.$
- $\{\text{ funciones } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \} \to \{\text{ funciones } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \} \quad , \quad f(x) \longmapsto f\big(\cos x\big).$
- $\{\text{ funciones } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \} \to \{\text{ funciones } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \} \quad , \quad f(x) \longmapsto \cos\big(f(x)\big).$

2. Sea $\mathbb{V}$ el espacio vectorial de las matrices simétricas 2×2. Determina el valor $f\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ sabiendo que $f:\mathbb{V}\to\mathbb{R}^2$ es lineal y que

$$f\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \ , \ f\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \ , \ f\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Lunes impar. 1. Determina, en los siguientes casos, si las aplicaciones dadas son o no lineales:

- $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad , \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \longmapsto \begin{bmatrix} x+y \\ x+2y \end{bmatrix}.$
- $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad , \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \longmapsto \begin{bmatrix} x+y \\ 1+2y \end{bmatrix}.$
- $\mathrm{M}_{2\times 2} \to \mathrm{M}_{2\times 2} \quad , \quad A \longmapsto \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$

2. Determina el valor $f(-x^2+x+1)$ sabiendo que $f:\mathcal{P}_2 \to \mathrm{M}_{2\times 2}$ es lineal y que

$$f(x^2+x-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \ , \ f(2x^2+3x-3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \ , \ f(-x^2+2x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} .$$

Lunes par. 1. Determina, en los siguientes casos, si las aplicaciones dadas son o no lineales:

- $\mathrm{M}_{2\times 2} \to \mathrm{M}_{2\times 2} \quad , \quad A \longmapsto \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} A - A \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$
- $\mathrm{M}_{2\times 2} \to \mathrm{M}_{2\times 2} \quad , \quad A \longmapsto AA^t.$
- $\{\text{ funciones } f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \} \to \mathbb{R} \quad , \quad f(x) \longmapsto \displaystyle\int_1^2 x^2\, f(x)\, dx.$

2. Determina $f(x^2+5x-6)$ sabiendo que $f:\mathcal{P}_2\to\mathbb{R}^2$ es lineal y que

$$f(-x^2+2) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \ , \ f(2x^2+x-5) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \ , \ f(3x-2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

Jueves impar. 1. Determina, en los siguientes casos, si las aplicaciones dadas son o no lineales:

- $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad , \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \longmapsto \begin{bmatrix} x+y \\ x^2+y \end{bmatrix}.$
- $\mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2 \quad , \quad p(x) \longmapsto p(x+1).$
- $\mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_2 \quad , \quad p(x) \longmapsto p(x)+1.$

2. Sea $\mathbb{V}$ el espacio vectorial de las matrices 2×2 con traza nula. Determina el valor $f\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ sabiendo que $f : \mathbb{V} \to \mathcal{P}_2$ es lineal y que

$$f\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = x \ , \ f\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = x^2 \ , \ f\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = 3 - x \ .$$

Jueves par. 1. Determina, en los siguientes casos, si las aplicaciones dadas son o no lineales:

- $\{ \text{ funciones } \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \} \to \{ \text{ funciones } \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \} \quad , \quad f \longmapsto f \circ f$
- $\{ \text{ funciones suaves } \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \} \to \{ \text{ funciones } \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \} \quad ,$

  $f(x) \longmapsto x^2 f'(x) - 2f''(x)$
- $\mathrm{M}_{2\times 2} \to \mathrm{M}_{2\times 2} \quad , \quad A \longmapsto \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} A^t.$

2. Determina $f(6x^2+9)$ sabiendo que $f : \mathcal{P}_2 \to \mathcal{P}_3$ es lineal y que

$$f(-x^2+x-2) = x^3 \ , \ f(3x^2-2x+5) = 1 + x^2 \ , \ f(2x^2+2x+3) = -2x^3 + x \ .$$