Instrucciones:
Resuelve, razonadamente, los modelos **1**, **2** y **3** con los datos del día de la semana que te toque y con la misma paridad que la suma de los dígitos de tu DNI.
Deberás entregar lo hecho al finalizar la hora de clase, indicando tu nombre y DNI.

1. Para las siguientes parejas V, W, formadas por un espacio vectorial V y un subconjunto $W \subset V$, dí razonadamente si W es o no es subespacio vectorial de V.

(a) $V = \mathbb{R}^4$, $W = \{(3x_2, x_2, x_4 + x_2, x_4) \mid x_2, x_4 \in \mathbb{R}\}$;

(b) $V = \mathbb{R}^4$, $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 \cdot x_2 = 0\}$

(c) $V = \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $W = \{A \in M_n(\mathbb{R})\colon A = A^t\}$ (matrices simétricas);

(d) $V = \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $W = \{A \in M_n(\mathbb{R})\colon \mathrm{tr}(A) = 1\}$ ($\mathrm{tr}(A) =$ traza de A);

(e) $V = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $W = \{f \mid f \text{ es creciente }\}$.

2. A continuación se dan dos listas formadas por un espacio vectorial V, varios vectores de V, y un vector más de V separado del resto de la lista por un punto y coma. Se pide:

(a) Determinar si los vectores separados por comas son linealmente independientes o no.

(b) Determinar si el último vector es o no combinación lineal de los otros. Caso de serlo, halla *todas* las combinaciones lineales de los otros que lo dan por resultado.

- $M_{3\times 2}(\mathbb{R})$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.
- $\mathcal{P}$, $x(x-1)$, $x(x-2)$, $(x-1)(x-2)$, $x-1$; $3 + 2x^2$.

3. Dí razonadamente si los siguientes subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$ son iguales o no.

$$\left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\rangle, \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix} \right\rangle, \qquad (\text{ para } \lambda = 2 \text{ y } \lambda = -2)\,.$$

Lunes impar. Resuelve los modelos **1**, **2** y **3** con los siguientes datos:

1. (a) $V = \mathbb{R}^4$, $W = \{(x_1, x_2, x_1, x_2) \mid x_1 = 1\}$;

(b) $V = \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $W = \{A \in M_n(\mathbb{R})\colon \mathrm{tr}(A) = 0\}$;

(c) $V = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $W = \{f \in V\colon f(-x) = -f(x) \quad x \in \mathbb{R}\}$.

2.

- $\mathrm{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$.
- $\mathcal{P}$, $1 + x^2$, $x - x^2$, $1 - x$; $7 + 8x + 9x^2$.

3. $$\left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\rangle, \qquad \left\langle \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\rangle.$$

Lunes par. Resuelve los modelos **1**, **2** y **3** con los siguientes datos:

1. (a) $V = \mathbb{R}^4$, $W = \{(x_1, x_1, x_1, x_1) \mid x_1 \in \mathbb{R}\}$;

(b) $V = \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A = -A^t\}$ (matrices antisimétricas);

(c) $V = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $W = \{f \in V \colon f(0) = f(1)\}$.

2. • $\mathrm{M}_{3\times 2}(\mathbb{R})$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

• $\mathcal{P}$, x , $x(x-1)$, $x(x-1)(x-2)$; $x + x^2$.

3. $\left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} \right\rangle.$

Jueves impar. Resuelve los modelos **1**, **2** y **3** con los siguientes datos:

1. (a) $V = \mathbb{R}^4$, $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 = t, x_2 = t, x_3 = 2t, x_4 = 5t, t \in \mathbb{R}\}$;

(b) $V = \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid \mathrm{tr}(A) = 1\}$;

(c) $V = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $W = \{f \in V \colon f$ es dos veces derivable y $f'' - f' + f = 0\}$.

2. • $\mathrm{M}_{3\times 2}(\mathbb{R})$, $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

• $\mathcal{P}$, $x - 1$, $x(x-1)$, $x(x-2)$; $x + x^2$.

3. $\left\langle \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\rangle.$

Jueves par. Resuelve los modelos **1**, **2** y **3** con los siguientes datos:

1. (a) $V = \mathbb{R}^4$, $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_2 = x_1, x_3 = 2x_2, x_4 = x_1 + 2x_2 + x_3\}$;

(b) $V = \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $W = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A = -A^t\}$ (matrices antisimétricas);

(c) $V = \{\text{funciones } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $W = \{f \in V \colon f''(x)$ existe y $f''(x) - xf(x) \equiv 0\}$.

2. • $\mathrm{M}_{3\times 2}(\mathbb{R})$, $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

• $\mathcal{P}$, $x - 1$, x , $x^2 - x$, $1 + x^2$; $1 + x + x^2$.

3. $\left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\rangle.$