Instrucciones:
Resuelve, razonadamente, los modelos **1**, **2**, **3** y **4** con los datos del día de la semana que te toque y con la misma paridad que la suma de los dígitos de tu DNI.
Deberás entregar lo hecho al finalizar la hora de clase, indicando tu nombre y DNI.

1. Dadas tres matrices A, B y C, se pide calcular los productos:

$$ABC\ ,\ BAC\ ,\ ACB\ ,\ CAB\ ,\ BCA\ ,\ CBA\ .$$

En vista del resultado ¿crees necesario tener cuidado con el orden de los factores en un producto de matrices?

Para una matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se define su *traza* como $\operatorname{tr}(X) = a + d$ y se define su *determinante* como $\det(X) = ad - bc$.

Calcula y compara las trazas de los seis productos anteriores. Haz lo mismo con los determinantes.

2. Calcula explícitamente las siguientes combinaciones lineales:

$$\mathbf{f} = \lambda_1 \mathbf{f_1} + \lambda_2 \mathbf{f_2}\,, \qquad \mathbf{v} = \mu_1 \mathbf{v_1} + \mu_2 \mathbf{v_2}\,,$$

y plantea cada una de ellas como un producto de matrices.

3. Realiza, de *las cinco maneras*, el producto EF indicando detalladamente cada paso. Te recordamos esas cinco maneras. Dadas descripciones por filas o por columnas:

$$E_{n\times p} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{f}_1 \\ \hline \mathbf{f}_2 \\ \hline \vdots \\ \hline \mathbf{f}_n \end{array}\right] \quad , \quad F_{p\times q} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \cdots & \mathbf{v}_q \end{array}\right] \quad ,$$

tenemos descripciones análogas del producto:

$$EF = (u_{ij})_{n\times q} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{v}'_1 & \mathbf{v}'_2 & \ldots & \mathbf{v}'_q \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{f}'_1 \\ \hline \mathbf{f}'_2 \\ \hline \vdots \\ \hline \mathbf{f}'_n \end{array}\right] \quad ,$$

donde:

$$\begin{aligned} u_{ij} &\overset{(1^{\underline{a}})}{=} \mathbf{f}_i \mathbf{v}_j \\ \mathbf{v}'_j &\overset{(2^{\underline{a}})}{=} E\mathbf{v}_j \overset{(4^{\underline{a}})}{=} \text{combinación lineal de las columnas de } E \text{ con coeficientes los de } \mathbf{v}_j \\ \mathbf{f}'_i &\overset{(3^{\underline{a}})}{=} \mathbf{f}_i F \overset{(5^{\underline{a}})}{=} \text{combinación lineal de las filas de } F \text{ con coeficientes los de } \mathbf{f}_i \end{aligned}$$

4. Demuestra que R no tiene raíz cuadrada, es decir que no existe ninguna $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ tal que $XX = R$.

(Da la vuelta a la hoja)

Lunes impar. Resuelve los modelos **1**, **2**, **3** y **4** con los siguientes datos:

1: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2: $\mathbf{f_1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{f_2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}$, $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -2$; $\mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mu_1 = 2$ y $\mu_2 = -1$.

3: $E = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

4: $R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Lunes par. Resuelve los modelos **1**, **2**, **3** y **4** con los siguientes datos:

1: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2: $\mathbf{f_1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{f_2} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$; $\mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mu_1 = -1$ y $\mu_2 = 3$.

3: $E = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

4: $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Jueves impar. Resuelve los modelos **1**, **2**, **3** y **4** con los siguientes datos:

1: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2: $\mathbf{f_1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{f_2} = \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = -2$; $\mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\mu_1 = 2$ y $\mu_2 = 1$.

3: $E = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$.

4: $R = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Jueves par. Resuelve los modelos **1**, **2**, **3** y **4** con los siguientes datos:

1: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2: $\mathbf{f_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$, $\mathbf{f_2} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}$, $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 2$; $\mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mu_1 = 1$ y $\mu_2 = 3$.

3: $E = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ -2 & 7 & 1 \end{pmatrix}$.

4: $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.