

4.3.7. *Demostrar que la ecuación $\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ no tiene soluciones enteras.*

Solución: Sea $\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^2}$, tenemos entonces la igualdad: $\frac{x^4 + y^4}{x^4 y^4} = \frac{1}{z^2}$, donde $\frac{1}{z^2}$ es una fracción irreducible, por lo que tenemos que z^2 divide a $x^4 y^4$, de modo que $x^4 y^4 = z^2 t^2$. Tenemos además que $y^4 + x^4 = t^2$. Por el teorema 4.2.2. sabemos que esta ecuación no tiene soluciones enteras, por lo que ya he os demostrado que la ecuación inicial tampoco las tiene.

Problema escrito por Estrella García González