

**4.3.10.** Hallar todas las soluciones en enteros positivos de la ecuación  $11050 = x^2 + y^2$

**Solución:** Tenemos que  $11050 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 17 = (1+i)(1-i)(1+2i)^2(1-2i)^2(2+3i)(2-3i)(1+4i)(1-4i)$

Aplicando la fórmula de  $r(n)$ , sabemos que, sin contar cambios de signo ni conjugados, obtenemos seis soluciones diferentes:

$$r(n) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2.$$

Mirando las diferentes combinaciones de productos, obtenemos que:

$$\begin{aligned}(1+i)(1+2i)^2(2+3i)(1+4i) &= 59 - 87i \\(1+i)(1+2i)^2(2+3i)(1-4i) &= -93 + 49i \\(1+i)(1+2i)^2(2-3i)(1-4i) &= 81 + 67i \\(1+i)(1+2i)(1-2i)(2+3i)(1+4i) &= -105 + 5i \\(1+i)(1+2i)(1-2i)(2+3i)(1-4i) &= 95 + 45i \\(1+i)(1-2i)(1-2i)(2+3i)(1-4i) &= -21 - 103i\end{aligned}$$

$$\text{Luego } 11050 = 59^2 + 87^2 = 93^2 + 49^2 = 81^2 + 67^2 = 105^2 + 5^2 = 95^2 + 45^2 = 21^2 + 103^2$$

*Problema escrito por Julio Aroca*