

Problema 3.7.5. *El número n expresado en base 2 se escribe 10010100111010100011. Decir si es múltiplo de 3.*

Solución:

Tenemos que buscar una regla de divisibilidad para que un número escrito en base 2 se pueda dividir entre 3.

Ahora bien, observemos los primeros casos:

- $2^0 \equiv 1 \pmod{3}$
- $2^1 \equiv -1 \pmod{3}$
- $2^2 \equiv 1 \pmod{3}$
- $2^3 \equiv -1 \pmod{3}$

En los primeros casos, observamos que si la potencia de 2 es par, el número es congruente con 1 módulo 3; si no, con -1.

Entonces, si numeramos las posiciones de cada cifra del número, empezando por la derecha, desde 0, obtenemos

$$10010100111010100011 \equiv \sum_{i=0}^{19} a_i \cdot (-1)^i \pmod{3}$$

con $a_i \in \{0, 1\}$ dependiendo del coeficiente en el número dado.

Entonces:

$$10010100111010100011 \equiv 1-1-1-1-1+1-1+1+1-1 \pmod{3} \equiv -2 \pmod{3} \equiv 1 \pmod{3}$$

Por tanto, 10010100111010100011 no es múltiplo de 3.

Problema escrito por Loly Soriano