

Problema 3.7.3. *Demostrar que $\sum_{k=1}^n k \cdot 10^k$ es múltiplo de 3 si y sólo si $n \not\equiv 1 \pmod{3}$.*

Solución:

Como $10 \equiv 1 \pmod{3}$ entonces $10^k \equiv 1 \pmod{3}$ para todo k . Por lo tanto

$$\sum_{k=1}^n k \cdot 10^k \equiv \sum_{k=1}^n k \equiv \frac{n(n+1)}{2} \pmod{3}.$$

Finalmente la congruencia $\frac{n(n+1)}{2} \equiv 0 \pmod{3}$ se satisface si y sólo si $n \not\equiv 1 \pmod{3}$.

Problema hecho por: Loly Soriano